गणित

अभ्यास पुस्तिका

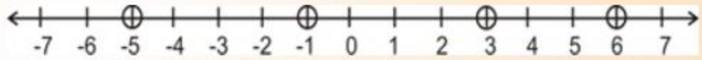
(वैदिक गणित एवं संस्कृत ज्ञान प्रणाली की गणितीय संकल्पनाओं के साथ)

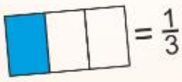
वेद-भूषण - I वर्ष / प्रथमा - I वर्ष / कक्षा छटीं

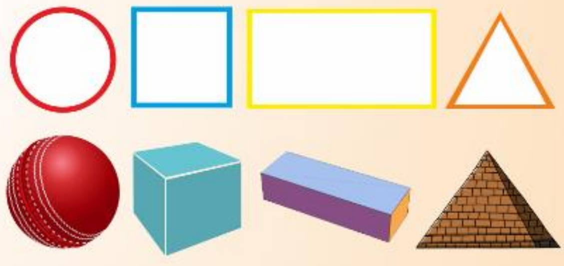
महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेद संस्कृत शिक्षा बोर्ड

(शिक्षा मन्त्रालय भारत सरकार द्वारा स्थापित एवं मान्यता प्राप्त)

शतं सहस्त्रमयुतं न्यर्बुदमसंख्येयं स्वमस्मिन् निविष्टम् ।
तदस्य घ्नन्त्यभिपश्यत एव तस्माद् देवो रोचत एष एतत् ॥
यवोदरैरङ्गुलमष्टसंख्यैर्हस्तोऽङ्गुलैः षड्गुणितैश्चतुर्भिः ।
हस्तैश्चतुर्भिर्भवतीह दण्डः कोशः सहस्त्रद्वितयेन तेषाम् ॥
शताय स्वाहा सहस्राय स्वाहायुताय स्वाहा नियुताय
स्वाहा प्रयुताय स्वाहार्बुदाय स्वाहा न्यर्बुदाय स्वाहा
समुद्राय स्वाहा मध्याय स्वाहान्ताय स्वाहा परार्धाय
स्वाहोषसे स्वाहा व्युष्ट्यै स्वाहोदेष्यते स्वाहोद्यते
स्वाहोदिताय स्वाहा सुवर्गाय स्वाहा लोकाय स्वाहा सर्वस्मै स्वाहा।
धनयोर्धनमृणमृणयोर्धनर्णयोरन्तरं समैक्यं खम्।
ऋणमैक्यं च धनमृणधनशून्ययो: शून्ययो: शून्यम्॥
सप्तास्यासन् परिधयस्त्रिः सप्त समिधःकृताः।
देवा यद्यज्ञं तन्वाना अबध्नन् पुरुषं पशुम्॥
समश्रुतौ तुल्यचतुर्भुजे च तथायते तद्भुजकोटिघातः।







एकाधिकेन पूर्वेण | एकन्यूनेन पूर्वेण | विनुकलम् | अन्त्ययोर्दशकेऽपि

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेदविद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन (म.प्र.)

(शिक्षा मन्त्रालय, भारत सरकार)

Phone : (0734) 2502266, 2502254, E-mail : msrvvpujn@gmail.com, website - www.msrvvp.ac.in

1 से 10 तक पहाड़े

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

विषयानुक्रमणिका

क्र. सं.	अध्याय का नाम	पृष्ठ संख्या
1.	संख्याओं की समझ	3 – 11
2	संख्याओं के साथ खेलना	12 – 20
3	पूर्णाङ्क	21 – 29
4	वैदिक गणित	30 – 42
5	भिन्न	43 – 48
6	दशमलव संख्या	49 – 54
7	अनुपात एवं समानुपात	55 – 60
8	आधारभूत ज्यामितीय संकल्पना	61 – 69
9	सरल द्विविमीय आकृतियाँ	70 – 77
10	त्रिविमिय आकृतियाँ की समझ	78 – 82
11	परिमाप एवं क्षेत्रफल	83 – 86

❖ **परिशिष्ट** 87 - 89

अध्याय - 1

संख्याओं की समझ

- तीन अङ्कों की बड़ी संख्या 999 है एवं तीन अङ्कों की सबसे छोटी संख्या 100 है।

संख्याओं के प्रकार :

1. **प्राकृत संख्या :-** एक प्राकृत संख्या एक पूर्णाङ्क है, जो 0 (शून्य) से अधिक है। प्राकृत संख्या 1 से शुरू होती है और अनन्त तक बढ़ती है। **प्राकृत संख्या** कहलाती है । **उदाहरण :** 1, 2, 3, 4, 5 ....
2. **पूर्ण संख्या :-** प्राकृत संख्याएँ शून्य (0) के साथ मिलकर पूर्ण संख्याएँ कहलाती हैं । **उदाहरण :** 0, 1, 2, 3, 4............
3. **सम संख्या :-**

चतस्रश्च मेऽष्टौ च मेऽष्टौ च मे द्वादश च मे द्वादश........ यज्ञेन कल्पन्ताम्॥

(यजुर्वेद- 18/25)

उपर्युक्त मन्त्र में चार के गुणज (पहाड़े) के अनुसार संख्या चार से अड़तालिस तक के सम संख्याओं के विषय में उल्लेख प्राप्त होता है। ऐसी पूर्णाङ्क संख्या जो 2 से पूर्णतः विभाजित हो **सम संख्या** कहलाती है । सम संख्या के अन्तिम अङ्क 2, 4, 6 एवं 8 हैं । **उदहारण :** 2, 4, 6, 8, 10, 12...........

3. **विषम संख्या :-**

एका च मे तिस्रश्च मे तिस्र श्च मे पञ्च च मे......यज्ञेन कल्पन्ताम् ॥

(यजुर्वेद- 18/24)

उपर्युक्त मन्त्र में विषम संख्याओं के बारे में उल्लेख मिलता है जो कि एक से तैंतीस तक की विषम संख्याओं को दर्शाता है । ऐसी पूर्णाङ्क संख्या जो 2 से विभाजित न हो **विषम संख्या** कहलाती है । विषम संख्या के अन्तिम अङ्क 1 , 3 , 5 , 7 एवं 9 हैं। **उदाहरण :** 1 , 7 , 17 , 27 , 39........

4. **पूर्णाङ्क संख्या :-** पूर्णाङ्क एक पूर्ण संख्या है। जो धनात्मक, ऋणात्मक या शून्य हो सकती है। **पूर्णाङ्क संख्या** को 'Z' से दर्शाया जाता है।

उदाहरण : Z = (……... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3……...)

संख्याओं की तुलना :- सामान्यतः हम संख्याओं की तुलना चिह्नों (= , > एवं <) के माध्यम से करते हैं।

15	=	15	18	<	20	0	<	10
17	>	16	121	<	212	12	<	21

संख्याओं को पढ़ना :- वैदिक चिन्तन में संख्याओं को पढ़ने के साथ लिखने के लिए "अङ्कानां वामतो गतिः" सूत्र मिलता है।

शतं तेऽयुतं हायनान् द्वे युगे त्रीणि चत्वारि कृण्मः।

इन्द्राग्नी विश्वे देवास्तेऽनु मन्यन्तामहृणीयमानाः॥ (अथर्ववेद 8/2/21)

वेद में प्रयुक्त संख्याओं को अङ्कों में लिखने के क्रम के विपरीत चलना होता है। **"अङ्कानां वामतो गतिः"** इस प्रकार से –

चत्वारि	त्रीणि	द्वे	अयुत(हजार)	शत (सैकडा)
4	3	2	0000	000

अर्थात् चार अरब बत्तीस करोड़ वर्ष की सृष्टि की आयु युगों में विभक्त है।

सारणी 1.2 - नीचे दी गई सारणी को पूर्ण करें ।

संख्या (अङ्कों में)	**लाख**	**दस हजार**	**हजार**	**सैकड़ा**	**दहाई**	**इकाई**	**संख्या (शब्दों में)**
3,52,027	3	5	2	0	2	7	तीन लाख बावन हजार सत्ताईस
2,43,596							
7,13,412							
1,56,789							
2,34,567							

सारणी 1.3 - नीचे दी गई सारणी को पूर्ण करें –

संख्या (अङ्कों में)	**दस लाख**	**लाख**	**दस हजार**	**हजार**	**सैकड़ा**	**दहाई**	**इकाई**	**संख्या (शब्दों में)**
57,42,683	5	7	4	2	6	8	3	सत्तावन लाख बयालिस हजार छः सौ तिरासी
99,89,673								
23,43,584								

12,56,789								

संख्याङ्कन पद्धति :-

भारतीय संख्याङ्कन पद्धति :- भारतीय संख्याङ्कन पद्धति में हम इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार का प्रयोग करते हैं तथा आगे हजार, लाख ,करोड़ वाली संख्याओं को प्रदर्शित करने के लिए उनके बीच अल्पविरामों (,) का प्रयोग करते हैं। दायें से चलते हुए पहले तीन अङ्कों के बाद अल्प विराम लगाते हैं फिर दो-दो अङ्कों के अन्तराल में यह क्रम चलता रहता है।

उदाहरण : संख्या 3,30,25,324 को भारतीय पद्धति में 3 करोड़, तीस लाख, पच्चीस हजार, तीन सौ चौबीस पढ़ा जाता है।

अन्तर्राष्ट्रीय संख्याङ्कन पद्धति :- अन्तर्राष्ट्रीय संख्याङ्कन पद्धति में इकाई, दहाई, सैकड़ा, हजार और आगे मिलियन का प्रयोग किया जाता है। हजार और आगे मिलियन वाली संख्याओं को प्रदर्शित करने के लिए अल्पविरामों का प्रयोग किया जाता है। इस संख्याङ्कन पद्धति में दायें से बायें चलते हुए प्रत्येक तीन-तीन अङ्कों के बाद अल्पविराम का चिह्न लगाया जाता है।

उदाहरण : संख्या 3,324,251,342 को अन्तर्राष्ट्रीय पद्धति में 3 बिलियन, 3 सौ चौबीस मिलियन, 251 हजार, तीन सौ बयालीस पढ़ा जाता है।

1 मिलियन = 1000 हजार
1 मिलियन = 10 लाख
10 मिलियन = 1 करोड़
1 बिलियन = 100 करोड़

वैदिक वाङ्मय में संख्या पद्धति का चिन्तन : वैदिक वाङ्मय की **विश्व को सबसे बड़ी देन संख्याओं का आविष्कार तथा दाशमिक प्रणाली (Decimal System) है ।**

1. **इमा मे अग्न इष्टका धेनवः सन्त्वेका च दश च दश च शतञ्च शतञ्च ।**

सहस्रञ्च सहस्रञ्चायुतञ्चायुतञ्च नियुतञ्च नियुतञ्च ॥२॥

अर्बुदञ्च न्यर्बुदञ्च समुद्रञ्च मध्यञ्चान्तञ्च परार्धञ्च ।

एता मे अग्न इष्टका धेनवः सन्त्वमुत्रामुष्मिल्लौ के ॥३॥

(शु.काण्व शाखा 18.2-3)

उपर्युक्त मन्त्र में दस के गुणोत्तर संख्या, दश, शत, सहस्र ओर आगे परार्ध तक कि संख्या प्रमाण मिलता है।

2. **अंसंख्याता सहस्राणि ये रुद्रा अधि भूम्याम्।**

तेषां सहस्रयोजनेऽव धन्वानि तन्मसि॥

(यजुर्वेद. 16-54)

उपर्युक्त मन्त्र में असंख्य, सहस्र का भी उल्लेख आता है ।

तैत्तिरीय संहिता की दाशमिक पद्धति (decimal system) सूची

3. **शताय स्वाहा सहस्रायस्वाहाऽयुताय स्वाहा नियुताय स्वाहा प्रयुतायस्वाहाऽर्बुदायस्वाहा न्यर्बुदाय स्वाहा समुद्राय स्वाहा मद्धयाय स्वाहाऽन्ताय स्वाहा परार्द्धाय स्वाहोषसे स्वाहा व्युष्टयै स्वाहोदेष्यते स्वाहोद्यते स्वाहोदिताय स्वाहा सुवर्गाय स्वाहालोकाय स्वाहा सर्वस्मै स्वाहा।**

(तैत्तिरीय संहिता- 7/2/20)

तैत्तिरीय संहिता में निम्नलिखित परिभाषाएँ-

10^2 = शत	10^3 = सहस्त्र	10^4 = अयुत
10^5 = नियुत	10^6 = प्रयुत	10^7 = अर्बुद
10^8 = न्यर्बुद	10^9 = समुद्र	10^{10} = मध्य
10^{11} = अंत	10^{12} = परार्ध	10^{13} = उषस
10^{14} = व्युस्टि	10^{15} = देष्यत	10^{16} = उद्यत्
10^{17} = उदित	10^{18} = सुवर्ग	10^{19} = लोक
10^{20} = सर्व		

सामान्य अंकगणितीय संक्रियाएँ (arithmetical operations) जैसे: जोड़ या भाग, बहुत परिष्कृत रूप में वैदिक साहित्य में ही मिल जाते हैं । तैत्तिरीय संहिता में 10 लोक तक की संख्याओं के नाम दशमलव पद्धति से दिये गये हैं । इस प्रकार **तैत्तिरीय संहिता की सूची न केवल दाशमिक पद्धति (decimal system) के ज्ञान का प्रमाण है अपितु बड़ी से बड़ी संख्याओं के लिए नाम गढ़ने के वैज्ञानिक प्रमाण उपलब्ध है ।**

इकाईयों की समझ :-

(i) **लम्बाई की इकाई** :-हम लम्बाई की इकाई के रूप में से.मी.,मीटर और किलोमीटर प्रयोग किया जाता है। आइए, लम्बाईयों के इकाईयों के बीच सम्बन्ध को जानते हैं।

10 मि.ली. = 1 सेण्टीमीटर (1 से.मी)

100 सेण्टीमीटर = 1 मीटर (1 मी.)

1000 मीटर = 1 किलोमीटर (1 कि.मी.)

1 किलोमीटर = 1000 मीटर

= 1000 × 100 से.मी. {1मीटर = 100 से.मी.}

= 1,00,000 से.मी.

(ii) **वजन की इकाई :-** किसी भी ठोस वस्तु का वजन तोलने के लिए किलो ग्राम और ग्राम के बाटो का प्रयोग किया जाता है। आइए , वजन की इकाईयों के बीच सम्बन्ध को जानते हैं-

1 किलो ग्राम = 1000 ग्राम

वजन की इकाई के सन्दर्भ में लीलावती गणित में एक अन्य परिभाषा भी मिलती है।

➢ आपने सुनार की दुकान पर बाट देखे होंगे वहाँ ग्राम से भी छोटे वजन को तोलने के बाट होते हैं। ये मिलीग्राम (मि.ग्रा.) के बाट होते हैं।

1 ग्राम = 1000 मिलीग्राम

(iii) **तरल पदार्थों की इकाई :-** तरल पदार्थों (दूध, तेल, पेट्रोल) को लीटर और मिली लीटर में मापा जाता है। आइये, लीटर और मिलीलीटर के बीच के सम्बन्ध को भी जानते हैं।

1 लीटर = 1000 मिली लीटर

अभ्यास प्रश्नावली - 1

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) दो अङ्क 0 और 2 लीजिए। दोनों अङ्कों का बराबर बार प्रयोग करके 4 अङ्कों की सबसे छोटी संख्या बनाइए।

(I) 2002 (II) 2020 (III) 2200 (IV) 0022

(ब) 1 लाख = ... दस हजार

(I) 1 (II) 10 (III) 100 (IV) 1000

(स) 1 किलो मीटर = ... मीटर

(I) 10 (II) 1000 (III) 100 (IV) इनमें से कोई नहीं

(द) अन्तर्राष्ट्रीय संख्या प्रणाली का प्रयोग करके 43810138 में उक्त संख्या में अल्पविराम चिह्न(,)लगाइये।

(I) 43,810,138 (II) 43,81,01,38

(III) 4,38,10,138 (IV) 438,10,138

(भ) राष्ट्रीय संख्या प्रणाली का प्रयोग करके 4556132 में उक्त संख्या में अल्पविराम चिह्न लगाइये।

(I) 45,56,132 (II) 4,55,6,132

(III) 4,556,132 (IV) 4,556,132

2. आपके पास 2, 5, 0 और 3 अङ्क हैं । इनका प्रयोग करते हुए 4 अङ्कों की पाँच संख्या बनाएँ ।

3. अङ्कों 5, 4, 6, 7 और 8 का प्रयोग कर 5 अङ्कों की सबसे छोटी एवं सबसे बड़ी संख्या बनाइए ?

4. निम्नलिखित को संख्याओं के रूप में लिखिए :-

   1. पाँच हजार नौ सौ दस
   2. पाँच लाख बारह हजार एक सौ तीन
   3. तेईस लाख पन्द्रह हजार बारह

5. निम्नलिखित संख्याओं की तुलना (<, > एवं =) में करें :-

   1. 5678 5768
   2. 6890 9068

6. रिक्त-स्थानों की पूर्ति कीजिए :-

   1. 1 किलो ग्राम = ... ग्राम
   2. 100 से.मी. = ... मीटर
   3. 1 करोड़ = ... लाख
   4. 1 लीटर = ... मिली लीटर
   5. 100 लाख = ... करोड़

अध्याय - 2

संख्याओं के साथ खेलना

परवर्ती संख्या :- किसी संख्या में 1 जोड़ने पर उस संख्या से आगे की संख्या प्राप्त की जा सकती है । **जैसे-**

$$23 + 1 = 24$$
$$24 + 1 = 25$$

पूर्ववर्ती संख्या :- किसी संख्या में 1 घटाने पर उस संख्या से पीछे की संख्या प्राप्त की जा सकती है । **जैसे-**

$$19 - 1 = 18$$
$$15 - 1 = 14$$

आरोही क्रम :- आरोही क्रम या बढ़ते हुए क्रम का अर्थ है कि सबसे छोटी से प्रारम्भ करके सबसे बड़ी संख्या तक व्यवस्थित करना आरोही क्रम कहलाता है ।

उदाहरण 1 : संख्याएँ 2434, 6892, 1234 व 321 को आरोही क्रम में लिखिए।

हल: दी गई संख्या 2434 , 6892 , 1234 एवं 321

तब, आरोही क्रम -

$$321 < 1234 < 2434 < 6892$$
$$1345 < 1465 < 2461 < 3462$$

अवरोही क्रम :- अवरोही क्रम या घटते हुए क्रम का अर्थ है कि सबसे पहले बड़ी से प्रारम्भ कर सबसे छोटी संख्या तक व्यवस्थित करना अवरोही क्रम कहलाता है ।

उदाहरण 1: संख्याएँ 1984, 2848 , 92345 एवं 6841 को अवरोही क्रम में लिखिए।

हल: दी गई संख्या 1984, 2848, 92345 एवं 6841

तब, अवरोही क्रम -

92345 > 6841 > 2848 > 1984

संख्याओं के विभाज्यता का जाँच :-

आइये , हम नीचे दिए प्रतिरूप को देखकर आसानी से बता सकते हैं कि कोई संख्या 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 या 11 से विभाज्य है या नहीं।

2 से विभाज्यता :- यदि किसी संख्या में इकाई के स्थान पर 0, 2, 4, 6 या 8 (2 के गुणज या सम संख्या) में से कोई अङ्क हो, तो वह संख्या 2 से विभाज्य होती है।

3 से विभाज्यता :- यदि किसी संख्या के अङ्कों का योग 3 का एक गुणज हो, तो यह संख्या 3 से विभाज्य होती है।

उदाहरण : संख्या 1236, 3 से विभाज्य है या नहीं?

1 + 2 + 3 + 6 = 12

12, 3 का गुणज है अतः 1236, 3 से विभाज्य है।

4 से विभाज्यता :- यदि किसी संख्या के अन्तिम दो अङ्क (इकाई और दहाई) से बनी संख्या 4 से विभाज्य हो या दो शून्य हो तो वह संख्या पूर्ण रूप से 4 से विभाज्य होगी। **उदाहरण :** 4612, 3516, 9532 ,200

5 से विभाज्यता :- यदि किसी संख्या का इकाई अङ्क 0 या 5 हो तो वह संख्या 5 से विभाज्य होती है। **उदाहरण :** 105, 1005, 2005, 2010

6 से विभाज्यता :- यदि कोई संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य हो, तो वह संख्या 6 से भी विभाज्य होती है। **उदाहरण :** 6, 18, 30, 36, 12

7 से विभाज्यता :- यदि किसी संख्या के इकाई के अङ्क को 5 से गुणा कर प्राप्त गुणनफल में शेष संख्या जोड़ देने पर यदि वह 7 से विभाजित है तो दी गई संख्या भी 7 से विभाजित होगी।

उदाहरण : 343

= 3 × 5 = 15

शेष अङ्क में जोड़ने पर

34 + 15 = 49

49 , 7 से विभाज्य है अत: 343 भी 7 से विभाज्य होगा।

8 से विभाज्यता :- 4 या उससे अधिक अङ्कों की कोई संख्या 8 से विभाज्य होती है, यदि उस संख्या के अन्तिम तीन अङ्कों से बनी संख्या 8 से विभाज्य हो या तीन शून्य हों। **उदाहरण :** 99216, 82216, 10216, 73512 , 5000

9 से विभाज्यता :- यदि किसी संख्या के अङ्कों का योग 9 से विभाज्य हो, तो वह संख्या भी 9 से विभाज्य होती है।

उदाहरण : 4608, 4 + 6 + 0 + 8 = 18

18, 9 से विभाज्य है अतः 4608 भी 9 से विभाज्य होगा।

10 से विभाज्यता :- यदि किसी संख्या के इकाई का स्थान पर अङ्क 0 हो, तो वह 10 से विभाज्य होती है।

उदाहरण : 10, 350, 450, 45670

11 से विभाज्यता :- किसी संख्या के दायें से विषम स्थान के अङ्कों का योग और सम स्थान के अङ्कों का योग का अन्तर 0 है या 11 से विभाज्य है तो वह संख्या 11 से विभाज्य होती है।

उदाहरण :	308	8 + 3 = 11	0	11– 0 = 11
	61809	9 + 8 + 6 = 23	0+1 = 1	23 – 1 = 22

अतः संख्याएँ 308 एवं 61809 भी 11 से विभाज्य होगी।

विभाज्यता की जाँच के नियमों का प्रयोग करते हुए सारणी के निम्नलिखित संख्याओं में से कौन-सी संख्या 2 से 3, 4, 5, 6, 8, 9 व 10 से विभाज्य है या नहीं। (हाँ या नहीं लिखिए)

सारणी 2.1

संख्याएँ	**विभाज्य है**							
	2 से	3 से	4 से	5 से	6 से	8 से	9 से	10 से
128	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं	नहीं	नहीं	नहीं	नहीं
990								
1586								
275								
210								
724								

गुणनखण्ड (अपवर्तक) : किसी संख्या को पूर्णत: विभाजित करने वाली संख्या उसका गुणनखण्ड या अपवर्तक कहलाती है। अतः किसी संख्या का गुणनखण्ड उसका पूर्ण भाजक होता है।

हम जानते हैं, कि 6 को पूर्णत: विभाजित करने वाली संख्याएँ 1, 2, 3 और 6 है। इसी प्रकार 10 को पूर्णत: विभाजित करने वाली संख्याएँ 1, 2, 5 और 10 हैं। अतः 6 के गुणनखण्ड 1, 2, 3, और 6 है तथा 10 के गुणनखण्ड 1, 2, 5, 10 है।

नोट : 1. सभी संख्या का गुणनखण्ड एक होता है।

2. प्रत्येक संख्या स्वयं का गुणनखण्ड होती है।

गुणज (अपवर्त्य) : किसी प्राकृत संख्या में क्रमशः 1, 2, 3 ...... आदि का गुणा करने पर प्राप्त संख्याएँ उस संख्या की अपवर्त्य या गुणज कहलाती है ।

उदाहरण : 5 में प्राकृत संख्याओं 1, 2, 3, 4 से क्रमशः गुणा करने पर गुणनफल क्रमशः 5, 10, 15, 20 प्राप्त होता है। ये संख्याएँ 5 की अपवर्त्य या गुणज हैं प्राकृत संख्या असीमित होने के कारण किसी भी संख्या के अपवर्त्य भी अनन्त होते हैं।

लघुत्तम समापवर्त्य : दो या अधिक संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य वह छोटी से छोटी संख्या होती है जिसमें दी हुई संख्या का भाग पूर्ण रूप से चला जाए।

उदाहरण : संख्याएँ 12 एवं 30 का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात कीजिए।

हल: 12 के अपवर्त्य = 12, 24, 36, 48, <u>60</u> ,72,84,96,108,<u>120</u>,132,...

30 के अपवर्त्य = 30, <u>60</u> , 90, <u>120</u> , 150...

12 और 30 के समापवर्त्य = <u>60</u> , <u>120</u>

अतः 12 व 30 का लघुत्तम समापवर्त्य = 60 है।

लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करने की विधियाँ :-

1. **अपवर्त्य विधि द्वारा लघुत्तम ज्ञात करना :-**

   (i) दी गई संख्याओं के अपवर्त्य ज्ञात करते हैं।

   (ii) इन अपवर्त्यों में से उभयनिष्ठ अपवर्त्य (समापवर्त्य) ज्ञात करते हैं।

   (iii) इन समापवर्त्यों में से सबसे छोटा समापवर्त्य ही वाञ्छित लघुत्तम समापवर्त्य होता है।

उदाहरण : 12 और 30 का लघुत्तम समापवर्त्य हम ऊपर ज्ञात कर चुके हैं।

2. **लघुत्तम समापवर्त्य करने की अभाज्य गुणनखण्ड विधि -**

   (i) सर्वप्रथम दी गई संख्याओं के अभाज्य गुणनखण्ड ज्ञात करते हैं।

   (ii) इन अभाज्य गुणनखण्डों में से उभयनिष्ठ गुणनखण्ड ज्ञात करते हैं।

   (iii) उभयनिष्ठ गुणनखण्ड अलग लिखने के बाद शेष बचे गुणनखण्ड भी लेकर इन सभी प्राप्त गुणनखण्डों का गुणा करने पर दी गई संख्याओं को घात के रूप में लिखा जाए ,फिर गुणनखण्डों की अधिकतम घात लेकर उनका गुणनफल ही अभीष्ट लघुत्तम समापवर्त्य होगा।

उदाहरण : 25, 48 और 75 का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात कीजिए ?

हल :

5	25
5	5
	1

2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

3	75
5	25
5	5
	1

$$25 = 5 \times 5 = 5^2$$

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^1$$

$$75 = 3 \times 5 \times 5 = 3^1 \times 5^2$$

यहाँ अभाज्य गुणनखण्डों 2, 3 और 5 की अधिकतम घातें क्रमशः 4, 1 एवं 2 है।

अतः अभीष्ट लघुत्तम समापवर्त्य $= 2^4 \times 3^1 \times 5^2$

$= 16 \times 3 \times 25$

$= 1200$ है।

प्राप्त लघुत्तम समापवर्त्य 1200 दी गई संख्याओं 25, 48, एवं 75 से पूर्ण विभाजित हो जाता है।

महत्तम समापवर्तक :- दो या दो से अधिक संख्याओं के समान अपवर्तक में से सबसे बड़ा समान अपवर्तक इन संख्याओं का महत्तम समापवर्तक कहलाता है। दूसरे शब्दों में - दो या अधिक संख्याओं का महत्तम समापवर्तक वह बड़ी से बड़ी संख्या होती है जिसका भाग दी गई संख्याओं में पूर्ण रूप से चला जाए ।

उदाहरण : संख्याएँ 6 एवं 18 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए।

हल: 6 के अपवर्तक = 1, 2, 3, 6

18 के अपवर्तक = 1, 2, 3, 6, 9, 18

उपर्युक्त में समान अपवर्तक = 3, 6

संख्या 6 और 18 का समान एवं बड़ा अपवर्तक 6 है ,अतः 6 और 18 का महत्तम समापवर्तक 6 है।

महत्तम समापवर्तक ज्ञात करने की निम्नलिखित विधियाँ है।

1. अपवर्तक विधि से :-

उदाहरण : 6 , 12 व 18 का महत्तम समापवर्तक अपवर्तक विधि से ज्ञात कीजिए।

हल:

6 के अपवर्तक	=	1, 2, 3, 6
12 के अपवर्तक	=	1, 2, 3, 6, 12
18 के अपवर्तक	=	1, 2, 3, 6, 9, 18
6 ,12, 18 के समापवर्तक	=	1, 2, 3, 6

उपर्युक्त समापवर्तकों में सबसे बड़ा समापवर्तक 6 है,अतः महत्तम समापवर्तक = 6 है।

2. अभाज्य गुणनखण्ड विधि से :-

उदाहरण : 144, 180 और 192 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए ?

हल :

2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

2	192
2	96
2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

$192 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

तीनों संख्याओं के उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 2, 2 व 3 हैं। अतः वाञ्छित महत्तम समापवर्तक = $2 \times 2 \times 3 = 12$ है। यहाँ 12 दी हुई संख्याओं का पूर्ण भाजक है।

अभ्यास प्रश्नावली - 2

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) किसी संख्या के पूर्ववर्ती और स्वयं की संख्या के बीच का अन्तर है।

(I) 1 (II) -1 (III) 2 (IV) -2

(ब) 128 से विभाज्य है।

(I) 2 (II) 5 (III) 3 (IV) 10

2. निम्न संख्याओं को आरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए -

(i) 9824 7894 3456 2897

(ii) 3456 7899 3576 89

3. निम्नलिखित संख्याओं को अवरोही क्रम में व्यवस्थित कीजिए।

(i) 3556 3546 2421 3212

(ii) 2451 2556 2776 6781

4. 345 के प्रारम्भ करके अगली तीन क्रमागत पूर्ण संख्याएँ लिखिए।

5. 8 के केवल वे सभी अपवर्त्य लिखिए जो 40 से कम हो।

6. 24 के सभी अपवर्तक लिखिए जो 24 से कम हो।

7. निम्नलिखित में से प्रत्येक का लघुत्तम समापवर्त्य लिखिए -

(अ) 48, 60 (ब) 12, 15, 3

8. निम्नलिखित संख्याओं के महत्तम समापवर्तक ज्ञात करें -

(अ) 144 एवं 180 (ब) 45 एवं 105

9. 6, 8 और 12 से विभाज्य तीन अङ्कों की सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए।

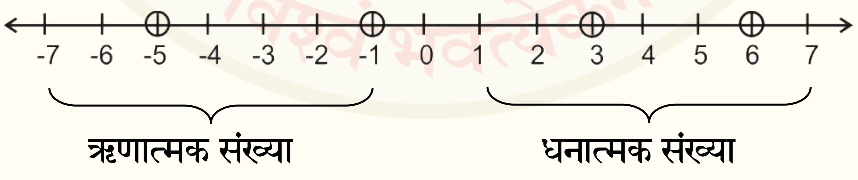
अध्याय - 3

पूर्णाङ्क

- प्राकृत संख्याएँ 1, 2, 3...... इसके पश्चात संख्याओं के समूह में 0 को सम्मिलित करने पर वे पूर्ण संख्या कहलाती है। 0, 1, 2, 3 ....।
- शून्य से छोटी संख्या ऋणात्मक होती है ।
- पूर्ण संख्या के समूह (0, 1, 2, 3, 4) में ऋणात्मक संख्या (-1, -2, -3,....) को सम्मलित कर लें तो बनने वाली नवीन संख्या समूह **पूर्णाङ्क** कहलाता है। पूर्णाङ्क संख्या को "I" से दर्शाते हैं।

पूर्णांकों की संख्या रेखा का निरूपण :-

पूर्णाङ्कों की संख्या रेखा धनात्मक पूर्णाङ्क एव ऋणात्मक पूर्णाङ्क की संख्या से बनी होती है जिनका मिलन बिन्दु 0 है । इसलिए शून्य न तो धनात्मक पूर्णाङ्क है और ना ही ऋणात्मक पूर्णाङ्क है । इस प्रकार नीचे दर्शाए अनुसार संख्या बना लेते हैं।



आप रेखा को ध्यान से देखें दायीं और स्थित प्रत्येक धनात्मक पूर्ण संख्या, संख्या रेखा पर बायीं और की प्रत्येक ऋणात्मक संख्या से बड़ी है।

पूर्णांकों संख्याओं के मध्य तुलना :

–15	$\boxed{<}$	16	–3	$\boxed{<}$	3	17	$\boxed{>}$	–17
12	$\boxed{>}$	–28	–21	$\boxed{<}$	212	–72	$\boxed{<}$	–21

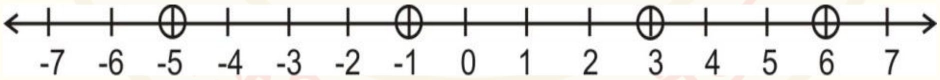
पूर्णाङ्क संख्याओं की तुलना करने पर निम्न परिणाम प्राप्त होते हैं –

- प्रत्येक धनात्मक पूर्णाङ्क, प्रत्येक ऋणात्मक पूर्णाङ्क से बड़ा है।
- शून्य प्रत्येक धनात्मक पूर्णाङ्क से छोटा होता है।
- शून्य प्रत्येक ऋणात्मक पूर्णाङ्क से बड़ा होता है।
- कोई संख्या जितनी बड़ी होगी, उसकी ऋणात्मक संख्या उतनी ही छोटी होगी।
- ऋणात्मक संख्या का ऋणात्मक एक धनात्मक पूर्णाङ्क है।

$$-(-a) = a$$

नोट - पूर्णाङ्क संख्या के बीच संक्रिया (+, –, ×, ÷) करते समय हमे चिह्न का प्रयोग ध्यान पूर्वक करना चाहिए।

पूर्णाङ्क संख्याओं के परवर्ती संख्या एवं पूर्ववर्ती संख्या :

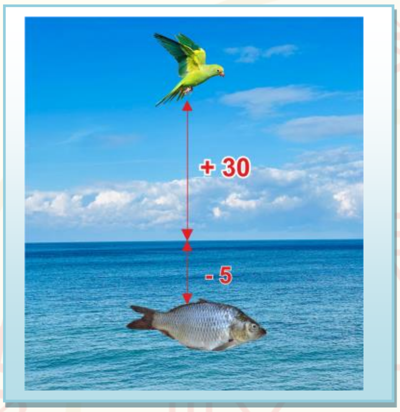


चित्र 3.1: संख्या रेखा

संख्या	परवर्ती	पूर्ववर्ती
–06	–5	–7
0		
12		
–09		

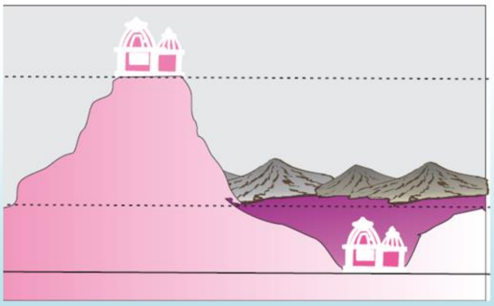
ऋणात्मक संख्याओं का उपयोग :-

1. एक तोता समुद्र तल से + 30 मीटर की ऊँचाई पर उड़ रहा है। उसके ठीक नीचे एक मछली समुद्र तल से 5 मीटर नीचे अर्थात् (-5) मीटर पर तैर रही है।



ऊँचाई को धनात्मक चिह्न तथा गहराई (नीचे) को ऋणात्मक चिह्न से दर्शाया जाता है। चित्र 3.2

2. एक मन्दिर पहाड़ी पर धरातल (पृथिवी) से 100 मीटर ऊँचाई पर है। एक खाई की धरातल से 25 मीटर नीचे अर्थात् (-25) मीटर पर है।



चित्र 3.3

दो धनात्मक पूर्णाङ्क संख्या का योग :

धनात्मक पूर्णांकों का योग धनात्मक एवं ऋणात्मक पूर्णांकों का योग ऋणात्मक होता है । धनात्मक एवं ऋणात्मक पूर्णांकों का अन्तर ही योग होता है। समान धनात्मक एवं ऋणात्मक पूर्णांकों का योग शून्य होता है। धनात्मक एवं

ऋणात्मक पूर्णाङ्क संख्या शून्य के साथ योग करने पर वहीं पूर्णाङ्क संख्या प्राप्त होती है। दो शून्यों का योग शून्य होता है।

(i) पूर्णाङ्क संख्या के योग :-

$(+4) + (+2) = +6$

(ii) दो ऋणात्मक पूर्णाङ्क संख्या का योग :-

$(-4) + (-3) = -7$

- धनात्मक पूर्णाङ्क का योग धनात्मक एवं ऋणात्मक पूर्णाङ्क संख्या का योग ऋणात्मक होता है ।

(iii) धनात्मक एवं ऋणात्मक संख्या का योग -

एक धनात्मक पूर्णाङ्क और एक ऋणात्मक पूर्णाङ्क के योग के लिए हम उनके चिह्नों पर बिना ध्यान दिए, **बड़े संख्यात्मक मान वाले पूर्णाङ्क में से छोटे संख्यात्मक मान वाले पूर्णाङ्क को घटाते है तथा प्राप्त परिणाम में बड़े संख्यात्मक वाले पूर्णाङ्क का चिह्न लगाते हैं ।**

उदाहरण :

(i) (+4) + (–3) जोड़िए ।

$= +4 - 3 = +1$ या 1

(ii) (– 4) + (+ 3) को जोड़िए ।

$= -4 + 3 = -1$

(iii) 15 + (– 17)

$= 15 - 17 = -2$

(iv) (– 70) + (+ 100)

$= \quad -70 + 100 \quad = \quad +30$

पूर्णाङ्कों संख्या का व्यवकलन (अन्तर) :- अधिक धन में से अल्प धन को घटाने से शेष धन एवं अधिक ऋण में से अल्प ऋण को घटाने पर शेष ऋण होता है । किसी पूर्णाङ्क संख्या में से अधिक धन के घटाने से शेष ऋण तथा अधिक ऋण घटाने से शेष धन होता है।

हमें पूर्णाङ्क संख्या का व्यवकलन ज्ञात करने से पूर्व चिह्नों के मध्य गुणन की प्रक्रिया को समझना बहुत आवश्यक है।

चिह्नों के मध्य गुणन

(−)	×	(−)	=	+
(+)	×	(+)	=	+
−	×	+	=	−
+	×	−	=	−

(i) **दो धनात्मक पूर्णाङ्क में मध्य व्यवकलन**

$(+7) - (+5) = 7 - 5 = 2$

हम जानते हैं।

$- \times - = +$

(ii) **दो ऋणात्मक संख्या के मध्य व्यवकलन**

$(-7) - (-5) = -7 + 5 = -2$

नोट :- ऋणात्मक पूर्णाङ्क संख्या का ऋणात्मक एक धनात्मक पूर्णाङ्क होता है।

$-(-a) = +a$ या a

(iii) **धनात्मक एवं ऋणात्मक संख्या के मध्य व्यवकलन :-**

(क) $(-7) - (+15)$

$= -7 - 15$

$= -22$

चिह्नों के मध्य गुणन : $- \times + = -$

(ख) (15) – (–7)

= 15 + 7 = 22

चिह्नों के मध्य गुणन: – × – = +

(ग) (+ 4) + (– 5)

= 4 – 5 = –1

चिह्नों के मध्य गुणन: + × – = –

BODMAS (कोकाभागुयोघ):-

का करके पुनि भाग कर, फिर गुण लेह सुजान।

ता पिछे धन, ऋण कर, भिन्न रीति यह जान ॥

को	=	कोष्ठक	:	( ) , { }, [ ]
का	=	के लिए *	:	$(\ )^2$ या $\sqrt{\ }$
भा	=	भाग	:	÷
गु	=	गुणा	:	×
यो	=	योग	:	+
घ	=	घटाव	:	–

* = घाताङ्क

अक्षर श्रृङ्खला "कोकाभागुयोघ" में 'को' कोष्ठक के लिए, 'का' सङ्क्रिया का के लिए, 'भा' सङ्क्रिया भाग के लिए, 'गु' गुणन के लिए, 'यो' योग के लिए तथा 'घ' घटाने (व्यवकलन) की सङ्क्रिया के लिए प्रयुक्त किया गया है।

कोष्ठक को हटाने के नियम :-

1. कोष्ठक क्रम ( ) (छोटा कोष्ठक), { } (मझला या धनु), [ ] (बड़ा कोष्ठक) कहते हैं। कोष्ठक के हटाने का अर्थ है हम कोष्ठक के अंदर के व्यंजक को सरल बनाते हैं।

2. यदि कोष्ठक के पहले + (धन) चिह्न है तो कोष्ठक के अंदर प्राप्त अन्तिम पूर्णाङ्क का चिह्न बदले बिना कोष्ठक हट जाता है।

3. यदि कोष्ठक के पहले – (घटाव) चिह्न है, तो कोष्ठक को हटा कर प्राप्त अन्तिम पूर्णाङ्क का चिह्न बदल दिया जाता है।

4. यदि कोष्ठक के पहले कोई संख्या है तो कोष्ठक के अन्दर प्राप्त अन्तिम पूर्णाङ्क का उस संख्या में गुणा करके कोष्ठक को हटा दिया जाता है।

उदाहरण : 1. $30 - 5 \times 2$ का $3 + (19 - 3) \div 8$

हल: $30 - 5 \times 2$ का $3 + (19 - 3) \div 8$ BODMAS नियम से :

= $30 - 5 \times 2$ का $3 + 16 \div 8$ (कोष्ठक ( ) हटाना)

= $30 - 5 \times 6 + 16 \div 8$ (का अर्थ 2 का 3 से $2 \times 3 = 6$)

= $30 - 5 \times 6 + 2$ (भा. अर्थात् $16 \div 8 = 2$)

= $30 - 30 + 2$ (गु. अर्थात् गुणा $5 \times 6 = 30$)

= $32 - 30$ (योग) ($30 + 2 = 32$)

= 2 (घटाव) ($32 - 30 = 2$)

उदाहरण : निम्न को सरल करें -

(i) $28 - 5 \times 6 + 2$

हल: $28 - 30 + 2$

या = $28 + 2 - 30$

= $30 - 30$

= 0

अभ्यास प्रश्नावली – 3

1) निम्नलिखित संख्याओं को संख्या रेखा पर निरूपित कीजिए।

(i) – 4 (ii) 3 (iii) – 7

2) उचित चिह्नों(+ , –) का प्रयोग करते हुए संख्या लिखें ।

(i) पानी 60°c पर गर्म होता है।

(ii) बैंक के खाते में 500 रुपये जमा करना।

(iii) कृष्णा को एक पुस्तक बेचने में 30 रुपये की हानि हुई।

3) चिह्नों (>, < एवं =) का प्रयोग कर छोटी एवं बड़ी संख्या बताइए।

(i) 4 $\boxed{}$ – 8 (IV) – 4 $\boxed{}$ – 6

4) निम्नलिखित को सरल करें-

(i) (+ 9) + (+ 3) = $\boxed{}$ (vi) (11) + (– 2) = $\boxed{}$

(ii) (– 2) + (+ 8) = $\boxed{}$ (vii) (– 300) + (100)= $\boxed{}$

(6) रिक्त-स्थानों की पूर्ति कीजिए ।

(i) – 3 + …………….. = 0

(ii) 11 + (– 11) = ...

(iii) 14 – .... = 16

7) रिक्त-स्थानों की पूर्ति (> , < एवं =) चिह्न लगाकर कीजिए -

(i) (– 7) + (– 2) ……………. (– 2) + (– 4)

(ii) 10 + (– 20) ……………. (– 20) – (– 10)

(iii) 40 – (– 10) ……………. – 40 + (+70)

8) हल कीजिए- (BODMAS **के नियमों** का प्रयोग कर)

1. $3 + 5 - 10$ = ...

2. $3 \times 4 + 2$ = ...

9) सत्य / असत्य लिखिए -

(i) सबसे छोटी ऋणात्मक पूर्णाङ्क संख्या -1 है ।

(ii) सबसे छोटी धनात्मक पूर्णाङ्क संख्या 1 है ।

(iii) किसी ऋणात्मक संख्या का ऋणात्मक धनात्मक प्राप्त होता है ।

(iv) 0 ऋणात्मक पूर्णाङ्क संख्या है ।

अध्याय – 4

वैदिक गणित

- वैदिक गणित के प्रयोग से जटिल अङ्कगणितीय गणनाएँ अत्यन्त ही सरल एवं त्वरित (जल्द) सम्भव हैं।

एकाधिकेन :- जिस संख्या का एकाधिक करना होता है तो उस संख्या के इकाई अङ्क (दायें ओर से प्रथम अङ्क) के ऊपर एक बिन्दु (•) लगा देते हैं। यह बिन्दु एकाधिक चिह्न कहलाता है। **एकाधिकेन = एक अधिक करना**

एकाधिक संख्या	एकाधिक सङ्केत	नवीन संख्या
3 का एकाधिक	$\dot{3}$	4
7 का एकाधिक	$\dot{7}$	8
12 का एकाधिक	$1\dot{2}$	13
125 में 2 का एकाधिक	$1\dot{2}5$	135
245 में 5 का एकाधिक	$24\dot{5}$	246

एकाधिकेन पूर्वेण :-

एकाधिकेन पूर्वेण दो शब्द "एकाधिक" और "पूर्वे" से बना है। इन शब्दों का अर्थ "पूर्व से एक अधिक" है। निम्नलिखित को ध्यान से देखें व समझें -**जैसे** :

संख्या 4732 में अङ्क 2 का **एकाधिकेन पूर्वेण** लिखना है। जिसका सङ्केत

$47\dot{3}2$ से नया मान प्राप्त होता है। = 4742

इस प्रकार,

4732 में 3 का एकाधिकेन पूर्वेण = 47$\dot{3}$2 अतः नया मान 4832 प्राप्त होगा।

एकाधिकेन पूर्वेण विधि द्वारा योग करना : इस विधि में दो अङ्कों का योग 10 या अधिक होते ही पूर्व अङ्क पर एकाधिकेन का चिह्न लगा देते हैं। यही प्रक्रिया आगे चलती रहती है।

उदाहरण : संख्या 18 एवं 36 का योगफल ज्ञात कीजिए।

हल :

$$\begin{array}{r} 18 \\ +\,\dot{3}6 \\ \hline 54 \\ \hline \end{array}$$

सङ्केत

(i) दाहिने अङ्कों का योग = 8 + 6 = 14

(ii) जो 10 से अधिक है अतः नीचे 4 लिखेंगे तथा 6 के पूर्व अङ्क 3 पर एकाधिकेन का चिह्न लगाएंगे।

(iii) 1 + $\dot{3}$ ($\dot{3}$ = 3 + 1)

= 1 + 4 = 5

उदाहरण : 7 रुपये 70 पैसे , 23 रुपये 45 पैसे एवं 38 रुपये 50 पैसे को जोड़िये।

हल :

रुपये	**पैसे**
7 .	70
$\dot{2}\dot{3}$.	45
+ 38 .	50
69 .	65

सङ्केत

(i) 0 + 5 + 0 = 05

(ii) 7 + 4 = 11 अतः 4 के पूर्वेण अङ्क 3 पर एकाधिकेन चिह्न लगता है। शेषफल 1 + 5 = 06 लिखा गया योग दहाई के स्थान पर ।

(iii) 7 + $\dot{3}$ = 11 अतः 3 के पूर्व अङ्क 2 पर एकाधिकेन चिह्न

(iv) शेषफल 1 + 8 = 9 नीचे लिखा योग में सैकड़े के स्थान पर।

(v) $\dot{2}$ + 3 = 6 नीचे लिखा योग के स्थान पर।

एकन्यूनेन :-

जिस संख्या का एकन्यूनेन करना होता है उस संख्या के नीचे एक बिन्दु (•) लगा देते हैं। यह बिन्दु एकन्यूनेन का चिह्न कहलाता है।

एकन्यूनेन :- एक कम करना

संख्या	एकन्यूनेन सङ्केत	नवीन संख्या
3 का एकन्यूनेन	3	2
234 में 3 का एकन्यूनेन	234	224

एकन्यूनेन पूर्वेण :- एकन्यूनेन पूर्वेण दो शब्द "एकन्यून"और "पूर्वे" से बना है। जिसका अर्थ "पूर्व से एक कम" है। निम्नलिखित को ध्यान पूर्वक देखें एवं समझकर सारणी को पूर्ण करें।

उदाहरण : नीचे दी गई सारणी में एकन्यूनेन पूर्वेण कर लिखिए :-

संख्या	एकन्यूनेन पूर्वेण सङ्केत	नवीन संख्या
234 में 3 का एकन्यूनेन पूर्वेण	234	134
246 में 6 का एकन्यूनेन पूर्वेण	246	236
731 में 3 का एकन्यूनेन पूर्वेण	731	
543 में 4 का एकन्यूनेन पूर्वेण	7	

परममित्र अङ्क - जिन दो अङ्कों को आपस में जोड़ने पर योग10 आए, वे अङ्क परस्पर परममित्र अङ्क होते हैं। **जैसे** - 8 का परममित्र अङ्क 2 होता है। इसी प्रकार 7 का

परममित्र अङ्क 3 होता है। आइये, परममित्र अङ्क के प्रयोग से एकन्यूनेन पूर्वेण सूत्र द्वारा घटाव करना सीखते हैं।

उदाहरण : 85 में से 26 को व्यवकलित (अन्तर) कीजिए।

हल:

$$\begin{array}{r} 85 \\ -\ 26 \\ \hline 59 \\ \hline \end{array}$$

सङ्केत

(i) 5 में से 6 नहीं घटता है अतः 6 का परममित्र 4 है अब 4 को 5 में जोड़ते है और 4 + 5 = 9 नीचे लिखते हैं।

(ii) ऊपर 5 के पूर्व अङ्क 8 में एक न्यूनेन का चिह्न लगाएंगे।

(iii) (8 = 7) 7 में से 2 घटता है अतः 7 – 2 = 5 नीचे लिखेंगे।

उदाहरण : 546 में से 287 घटाइये।

हल:

$$\begin{array}{r} 546 \\ -\ 287 \\ \hline 259 \\ \hline \end{array}$$

सङ्केत

(i) 6 में से 7 नहीं घटता है अतः 7 का परममित्र अङ्क 3 है अब 6 और परममित्र अङ्क 3 का योग 6 + 3 = 9 नीचे लिखेंगे।

(ii) 6 के पूर्व 4 पर एकन्यूनेन का चिह्न लगाएंगे।

(iii) (4 = 3) 3 में से 8 नहीं घटता है अब 8 नहीं घटता है अब 8 का परममित्र अङ्क 2 है। अतः (4 = 3) 3 को और परममित्र अङ्क 2 को योग कर 3 + 2 = 5 नीचे लिखेंगे।

(iv) 4 के पूर्व अङ्क 5 पर एकन्यूनेन चिह्न लगाएंगे। अतः (5 = 4) 4 में से 2 घटता अब 4 – 2 = 2 को नीचे लिखिए।

विचलन :-

वैदिक गणित में सामान्यत: 10, 100, 1000 अथवा 10 की घात को संख्या आधार मानकर गणनाएँ सरलता से की जाती हैं।

यदि संख्या में से उसका आधार घटा दिया जाए तो शेषफल को **विचलन** कहते हैं। अतः आधार से कम या ज्यादा मान को ही **विचलन** कहा जाता है। आधार से कम मान को ऋणात्मक विचलन व अधिक मान को धनात्मक विचलन कहते हैं।

विचलन = संख्या - आधार

❖ **करो और सीखो :-**

संख्या	विचलन
9	10 से कितना कम .... – 1
85	100 से कितना कम .... – 15
102	100 से कितना अधिक .... + 2
113	100 से कितना अधिक ....

विनकुलम् :-

वैदिक गणित में प्रयुक्त संख्याओं के अङ्कों ऋणात्मक रूप में लिखने को **विनकुलम्** कहते हैं। यहाँ पर 5 से बड़े अङ्क को छोटे अङ्कों में बदलने से गणनाएँ छोटी सरल और आसान हो जाती है।

जैसे - 8 अङ्क 10 से 2 कम है । (-2 को विनकुलम् में लिखते हैं $\bar{2}$)

अतः $8 = 10 - 2 \quad = 10 + \bar{2} \quad = 1\bar{2}$

उपर्युक्त का विलोम करने पर सामान्य संख्या प्राप्त करना सीखते हैं।

उदाहरण : $1\bar{4}$ को सामान्य संख्या बनाइये।

हल : $1\bar{4} = 10 + \bar{4}$

$= 10 - 4 = 6$

अतः $1\bar{4}$ की सामान्य संख्या 6 है।

उदाहरण : 64 का विनकुलम् संख्या में बदलिए –

हल :

64

$= \dot{0}\bar{4}4$

$= 1\bar{4}4$

सङ्केत

(i) अङ्क 4 को यथावत् रखेंगे तथा 6 का परममित्र अङ्क 4 पर विनकुलम् रेखा खींचिए।

(ii) 4 पूर्वेण अङ्क 0 पर एकाधिकेन चिह्न लगाइए।

(iii) $\dot{0} = 1$ लिखिए।

विनकुलम् संख्या को सामान्य संख्या में बदलना :-

(i) विनकुलम् संख्या को सामान्य संख्या में बदलने के लिए विनकुलम् अङ्क का धनात्मक मान लिजिए।

(ii) विनकुलम् संख्या के जिस अङ्क के ऊपर रेखा (–) बनी हो उसका परममित्र लिखेंगे।

(iii) जिस अङ्क पर रेखा बनी हो उससे पूर्व अङ्क पर एकन्यून चिह्न लगाए।

(iv) यदि विनकुलम् संख्या में तीन अङ्क हैं, तो दहाई अङ्क को सामान्य में बदलने के बाद इकाई अङ्क बदलेंगे।

उदाहरण : $2\bar{4}$ को सामान्य संख्या में बदलिए।

हल :	सङ्केत
$= 2\bar{4}$	(i) 4 के धनात्मक मान 4 का परममित्र अङ्क 6 लिखिए।
$= 26$	(ii) 4 के पूर्वण अङ्क 2 पर एकन्यून का चिह्न (2) लगाइए।
$= 16$	(iii) (2 = 1) 1को नीचे लिखेंगे।

उदाहरण : $5\bar{3}\bar{2}$को सामान्य संख्या में बदलिए।

	सङ्केत
$= 5\,\bar{3}\bar{2}$	(i) दहाई के स्थान के धनात्मक अङ्क $\bar{3}$ का परममित्र अङ्क 7 लिखिए।
$= 5\,7\,\bar{2}$	(ii) $\bar{3}$ के पूर्वण अङ्क 5 पर एक न्यून चिह्न लगाइए जैसे 5 = 4
$= 4\,7\,\bar{2}$	(iii) इकाई के स्थान पर $\bar{2}$ के धनात्मक मान 2 का परममित्र अङ्क 8 लिखिए।
$= 4\,7\,8$	(iv) $\bar{2}$ पूर्व अङ्क 7 पर एकन्यून चिह्न 7 लगाइए।
$= 4\,6\,8$	(v) 7 = 6 नीचे लिखें।

पहाड़े लिखने की वैदिक गणित पद्धति (विनकुलम् से) :-

वैदिक चिन्तन में पहाड़ों के क्रम (गुणज) का कई मन्त्रों में प्रमाण मिलता है।

- **10 का पहाड़ा-**

दशभ्यस्स्वाहा विंशत्यै स्वाहा त्रिंशते स्वाहा चत्वारिंशते स्वाहा पञ्चाशते स्वाहा षष्ट्यै स्वाहा सप्तत्यै स्वाहाऽशीत्यै स्वाहा नवत्यै स्वाहा शताय स्वाहा सर्वस्मै स्वाहा। (तैत्तिरीय संहिता : 7/2/18)

उपर्युक्त मन्त्र में 10 का पहाड़ा (100 तक)एवं 20 का पहाड़ा का उल्लेखित है। इसके अतिरिक्त तैत्तिरीय संहिता के 7/2/15 (4 का पहाड़ा 20 तक) एवं तैत्तिरीय संहिता (7/2/16) (5 का पहाड़ा 20 तक) में भी उल्लेख मिलता है।

आइए , वैदिक गणित में विनकुलम् संख्या से पहाड़े लिखना सीखते हैं। जिससे पहाड़े, पहाड़ जैसे न लगकर बहुत सरल हो जाते हैं।

विधि :- (i) जिस संख्या का पहाड़ा लिखना है उसे विनकुलम् में बदलिए।

(ii) विनकुलम् संख्या के दहाई व इकाई अङ्कों को पहचाने ।

(iii) निर्देशानुसार विनकुलम् अङ्कों में क्रमशः दायीं ओर घटाये एवं बायीं ओर जोड़ते जाए।

आइये,हम उपर्युक्त विधि अनुसार पहाड़े लिखते है।

उदाहरण : 8 का पहाड़ा लिखिए ।

हल:

$$\begin{array}{r} 08 \\ 1\bar{2} \\ \hline 08 \end{array}$$

(0+1) → 16 ← (8 – 2)

(1+1) → 24 ← (6 – 2)

(2+1) → 32 ← (4 – 2)

(3+1) → 40 ← (2 – 2)

(4+1) → $5\bar{2} = 48$ ← $(0 - 2 = \bar{2})$

$5\bar{2}$ को सामान्य रूप में बदलने पर $5\bar{2}$
$58 = 48$

(4+1) → 56 ← (8 – 2 = 6)

64 {इसी तरह आगे भी}

72

80

17 का पहाड़ा बनाइये :-

सामान्य संख्या	17		
	$\dot{1}\bar{3}$		
विनकुलम् संख्या	$2\bar{3}$		
	17		$2\bar{3} = 20 - 3 = 17$
(1 + 2)	34	(7 – 3) = 4	
(3 + 2)	51	(4 – 3) = 1	
(5 + 2) $7\bar{2}$ =	68	$(1 - 3 = -2)$	$7\bar{2}$ का सामान्य रूप 68 है।
(6 + 2)	85	(8 – 3) = 5	17 = 20 – 3 = 23
(8 + 2)	102	(5 – 3) = 2	
(10 + 2) $12\bar{1}$ =	119	$(2 - 3 = \bar{1})$	$(12\bar{1} = 129 = 119)$
(11 + 2)	136	(9 – 3 = 6)	
(13 + 2)	153	(6 – 3 = 3)	
(15 + 2)	170	(3 – 3 =0)	

वैदिक गणित से गुणन :-

$$\begin{array}{r l l} 12 & \leftarrow & \text{गुण्य} \\ \times\ 3 & \leftarrow & \text{गुणक} \\ \hline 36 & \leftarrow & \text{गुणनफल} \\ \hline \end{array}$$

(1) **'अन्त्ययोर्दशकेऽपि' सूत्र द्वारा गुणा :-**

वैदिक गणित में यह सूत्र गुणा करने में वहीं काम आता है। जहाँ,

(i) गुण्य और गुणक के इकाई के अङ्कों का योग 10 हो तथा बाकि अङ्क समान हो।

(ii) इकाई के अङ्कों को गुणा दो अङ्क में बनाकर दायीं तरफ लिखें।

(iii) इकाई के समान अङ्क का एकाधिकेन लेकर गुणा कर गुणनफल को बायीं तरफ लिखें।

उदाहरण : 93 को 97 से गुणा कीजिए।

हल :

$$\begin{array}{r} 93 \\ \times\, 97 \\ \hline 9021 \\ \hline \end{array}$$

सङ्केत

(i) इकाई का अङ्कों का योग = 3 + 7 = 10

(ii) गुण्य और गुणक के दहाई के अङ्क (समान अङ्क) = 9

अतः दायाँ हिस्सा = 3×7 = 21

बायाँ हिस्सा = $9 \times$ (9 का एकाधिकेन)

= 9×10 = 90

अतः, $93 \times 97 = 9021$

उदाहरण : 59 और 51 का गुणा करें -

हल :

$$\begin{array}{r} 59 \\ \times\, 51 \\ \hline 3009 \\ \hline \end{array}$$

सङ्केत

(i) 9 + 1 = 10 अतः 9 व 1 का गुणा करें।

$9 \times 1 = 9$ जिसे हम 09 लिखेंगे (दो अङ्कों में लिखते हैं)

(ii) समान अङ्क 5 है जिसका एकाधिकेन 6 से गुणा करें।

$5 \times 6 = 30$ बायें भाग में लिखा।

अतः, $59 \times 51 = 3009$

2. विलोकनम् सूत्र (देखकर) से गुणा :-

11 से गुणा :- 11 से गुणा की जाने वाली संख्या को कोष्ठक में रखें और उसके दोनों तरफ एक-एक शून्य लगा दें। दो-दो संख्याओं को एक-एक कर दायें से बायीं ओर बढ़ते हुए जोड़ना शुरू करें। दो संख्याओं का जोड़ जब कभी भी 10 से ज्यादा हो जाये तो दाहिने के स्थान का अङ्क अगले योग तक ले जाया जाएगा। जैसे कि सामान्यतः जोड़ करते समय किया जाता है।

उदाहरण : 3252 को 11 से गुणा करें।

हल : 0 (3 2 5 2) 0

जैसा नियम में बताया गया उसके निर्देशानुसार जोड़ने पर

= 0 + 3 /3 + 2 / 2 + 5 / 5 + 2 / 2 + 0

3 5 7 7 2

= 35772

अतः 3252 × 11 = 35772

उदाहरण : 364279 को 11 से गुणा करें।

हल : 0 (3 6 4 2 7 9) 0

0 + 3 / 3 + 6 / 6 + 4 / 4 + 2 / 2 + 7 / 7 + 9 / 9 + 0

3 9 10 6 9 16 9

= 4007069

अतः 364279 × 11 = 4007069

अभ्यास प्रश्नावली- 4

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) संख्या 12 का एकाधिकेन होगा-

(I) 11 (II) 13 (III) 21 (IV) इनमें से कोई नहीं

(ब) संख्या 125 में 5 का एकाधिकेन पूर्वेण का संकेत होगा-

(I) $1\dot{2}5$ (II) $12\dot{5}$ (III) $\dot{1}25$ (IV) इनमें से कोई नहीं

(अ) संख्या 14 का एकन्यूनेन होगा-

(I) 11 (II) 13 (III) 12 (IV) इनमें से कोई नहीं

(ब) संख्या 134 में 3 का एकाधिकेन पूर्वेण का संकेत होगा-

(I) $\underset{.}{1}34$ (II) 134 (III) 134 (IV) इनमें से कोई नहीं

(अ) सामान्य संख्या 26 को विनकुलम संख्या में बदलने पर .....प्राप्त होती है।

(I) $1\bar{4}$ (II) $\bar{4}1$ (III) $\overline{34}$ (IV) इनमें से कोई नही

(ब) विनकुलम संख्या $1\overline{34}$ को सामान्य संख्या में बदलने पर .....प्राप्त होती है।

(I) 76 (II) 067 (III) 076 (IV) इनमें से कोई नहीं

4. नीचे दी गई संख्या के एकाधिकेन पूर्वेण सूत्र द्वारा योग ज्ञात कीजिए :-

(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
38	37	83	39	26
+ 44	+ 35	+ 18	+ 14	+ 36
______	______	______	______	______

2) नीचे दी गई संख्या में एकन्यूनेन पूर्वेण संख्या लिखिए :-

(i) 248 में अङ्क 4 का (ii) 1345 में अङ्क 4 का

(iii) 1280 में अङ्क 8 का (iv) 3467 में अङ्क 6 का

3) एकन्यूनेन पूर्वेण सूत्र से व्यवकलन (अन्तर) कीजिए।

43	84	56	568	842
– 17	– 57	– 39	– 279	+ 384

2. सामान्य संख्या को विनकुलम् संख्या में बदलिए ।

(i) 8 (ii) 17 (iii) 27 (iv) 48

3. विनकुलम् संख्या को सामान्य संख्या में बदलिए ।

(i) $4\bar{5}$ (ii) $4\bar{3}$ (iii) $2\bar{3}$

(iv) $1\bar{4}$ (iv) $8\bar{3}\bar{4}$ (v) $7\bar{4}\bar{1}$

4. निम्नलिखित संख्याओं से पहाड़े लिखिए।

(i) 12 (ii) 7 (iii) 6 (iv) 13

- निम्न का गुणनफल ज्ञात कीजिए :- अन्त्ययोर्दशकेऽपि सूत्र :

35	48	57	89	91
× 35	× 42	× 53	× 81	× 99

- विलोकनम् सूत्र से गुणा करें :-

(i) 45 × 11 (ii) 97 × 11 (iii) 45 × 11

अध्याय – 5

भिन्न

भिन्न –

- ऋग्वेद् काल में भिन्न (भाग) की सङ्क्रिया का समुचित प्रयोग किया जाता था। पुरुषसूक्त के एक मन्त्रानुसार-

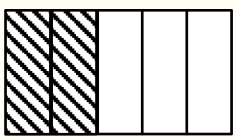
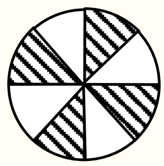
"त्रिपादूर्ध्व उदैत्पुरुषः पादोऽस्येहा भवत्पुनः" (ऋग्वेदः 10/90/4)

अर्थात् ,ऊपर (दिव्यलोक में) जिसके तीन चरण है उस विराट पुरुष में एक भाग से यह पुनः प्रकट हुआ है। इस मन्त्र द्वारा व्यक्त किया गया है कि उस विराट पुरुष के 3 पाद् अर्थात् $\frac{3}{4}$ भाग दिव्यलोक में है एवं एक पाद से विश्व प्रकट हुआ है। इससे यह स्पष्ट होता है कि- $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

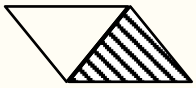
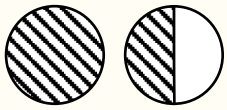
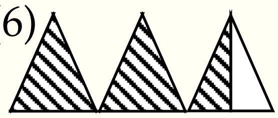
- भिन्न एक संख्या है जो पूर्ण इकाई के किसी भाग (हिस्से) को दर्शाती है। **भिन्न** कहलाती है। इकाई के किए गए कुल भाग को 'हर' एवं उसमें से लिए गए भाग को 'अंश' कहते हैं। भिन्न संख्या में अंश को ऊपर व हर को नीचे लिखा जाता है।

- आकृतियों में दर्शाये गये भाग को भिन्न के रूप

निम्न आकृतियों के नीचे भिन्न संख्या लिखिए।

(1)  (2)  (3) 

$= \frac{2}{5}$ $\qquad = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $\qquad = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

(4)  (5)  (6) 

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $\qquad = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $\qquad = 2\frac{1}{2}$

भिन्न के प्रकार -

1. **उचित (सम) भिन्न** - ऐसा भिन्न जिसमें अंश, हर से छोटा होता है। **उचित भिन्न** कहलाता है। **उदाहरण :** $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{15}{18}$

2. **अनुचित (विषम) भिन्न** - ऐसा भिन्न जिसमें अंश , हर से बड़ा होता है। उसे **अनुचित भिन्न** कहते हैं। **उदाहरण :** $\frac{15}{3}$, $\frac{17}{12}$, $\frac{53}{13}$, $\frac{78}{57}$

3. **मिश्रित भिन्न** - अनुचित भिन्न को एक पूर्ण इकाई एवं एक भिन्न (उचित भिन्न) के योग के रूप में भी दर्शाया जा सकता है। यह **मिश्रित भिन्न** कहलाती है।

उदाहरण : $\frac{5}{4} = \frac{4+1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{1}{4}$ या $1 + \frac{1}{4}$ या $1\frac{1}{4}$

इसे एक सही एक बटा चार पढते हैं।

आइए, विषम भिन्न को मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त करना सीखते हैं। इसके लिए हम अंश को हर से भाग देकर भागफल और शेषफल प्राप्त करते हैं। फिर मिश्रित संख्या को **भागफल** $\frac{\text{शेषफल}}{\text{भाजक}}$ के रूप में लिखते हैं।

उदाहरण : $\frac{7}{3}$ को मिश्रित भिन्न में बदलिए।

यहाँ 7 (अंश), 3 (हर) से बड़ा है। अतः यह अनुचित (विषम) भिन्न है।

- **अनुचित (विषम) भिन्न से मिश्र भिन्न में बदलिए ।**

विषम भिन्न को मिश्रित भिन्न में बदलने के लिए भागफल $\frac{\text{शेषफल}}{\text{भाजक}}$ के रूप में लिखते हैं।

हल : $\frac{7}{3}$ $3\ )\ 7\ (\ 2$, -6, 1 $= 2\frac{1}{3}$

$= \text{भागफल} \frac{\text{शेषफल}}{\text{भाजक}}$

$\frac{7}{3} = \frac{3+3+1}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{1}{3} \leftrightarrow 1 + 1 + \frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3}$ या $2\frac{1}{3}$

इसे दो सही एक बटा तीन पढ़ते हैं।

- **मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में बदलिए** - मिश्रित भिन्न = पूर्ण $\frac{\text{अंश}}{\text{हर}}$ को विषम (अनुचित) भिन्न के रूप में व्यक्त करने के लिए पूर्ण को हर से गुणन कर गुणनफल में अंश को जोड़ते हैं । तब विषम भिन्न $\frac{(\text{पूर्ण} \times \text{हर}) + \text{अंश}}{\text{हर}}$ होता है।

  या मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में बदलने के लिए $\frac{(\text{पूर्ण} \times \text{भाजक}) + \text{शेषफल}}{\text{भाजक}}$ के रूप में लिखते हैं।

उदाहरण : मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में बदलिए -

हल : (i) $2\frac{3}{4} = \frac{(2 \times 4) + 3}{4} = \frac{8+3}{4} = \frac{11}{4}$

(ii) $3\frac{2}{7} = \frac{(3 \times 7) + 2}{7} = \frac{21+2}{7} = \frac{23}{7}$

$3\frac{2}{7} = \frac{23}{7}$

- भिन्नों की तुल्यता को जानने के लिए परस्पर भिन्नों के अंश और हर का गुणन करने की विधि बताते हैं। यदि गुणनफल समान प्राप्त हो तो इन्हें तुल्य भिन्न जानना चाहिए।

उदारहण : $\frac{3}{7}$ के तुल्य वह भिन्न ज्ञात कीजिए जिसका हर 63 है।

हल : हम जानते हैं कि -

$$\frac{3}{7} = \frac{\square}{63}$$

$3 \times 63 \quad = \square \times 7$ होना चाहिए ।

परन्तु $\quad 63 = 7 \times 9$ है ।

इसलिए, $\quad 3 \times 7 \times 9 = \square \times 7$

$3 \times 9 \times 7 = \square \times 7$

$27 \times 7 \quad = \square \times 7$

तुलना करने पर, $\quad 27 = \square$

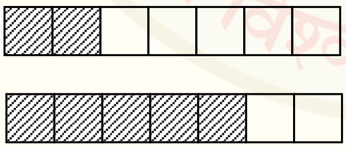
अर्थात् $\frac{27}{63}$ संख्या हुई। अतः $\frac{3}{7} = \frac{27}{63}$

समान भिन्न - समान हर वाली भिन्न, समान भिन्न कहलाती है।

उदाहरण : $\frac{2}{17}$, $\frac{5}{17}$, $\frac{16}{17}$, $\frac{12}{17}$ यहाँ सभी समान भिन्न है।

समान भिन्नों की तुलना : दो समान भिन्नों की तुलना करें।

जैसे: $\frac{2}{7}$ और $\frac{5}{7}$

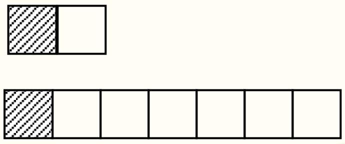


$\frac{2}{7}$

$\frac{5}{7}$

दोनों भिन्नों में पूर्ण को 7 बराबर भागों में विभक्त किया गया है। इन 7 बराबर भागों से, हम $\frac{2}{7}$ और $\frac{5}{7}$ के लिए क्रमशः 2 और 5 भाग लेते हैं। स्पष्ट है कि 5 भागों संगत भाग, 2 भागों के संगत भाग से बड़ा है। अतः $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$ है।

असमान भिन्नों की तुलना - दो भिन्नें असमान होती है, यदि उनके हर भिन्न-भिन्न हो। **जैसे** $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{7}$ असमान भिन्न है।



$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{7}$

असमान भिन्नों $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{7}$ के एक युग्म पर विचार कीजिए , जिसमें अंश समान है। $\frac{1}{2}$ बड़ा है या $\frac{1}{7}$? इसे हल करने के लिए हम इनके हर का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) लेकर हर को समान करेंगे।

2 एवं 7 का लघुत्तम समापवर्त्य = 14 है।

अर्थात् $\frac{1}{2} \times \frac{7}{7} = \frac{7}{14}$ एवं $\frac{1}{7} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{14}$

अर्थात् भिन्न $\frac{7}{14}$ एवं $\frac{2}{14}$ के अंश में 7 बड़ा है या 2 , अवश्य ही 7 बड़ा है। इसलिए , $\frac{7}{14} > \frac{2}{14}$

या $\frac{1}{2} > \frac{1}{7}$

- यदि दो भिन्नों में अंश समान हो, तो दोनों भिन्नों में छोटे हर वाली भिन्न ही बड़ी होती है।

जैसे : (अ) $\frac{3}{5}$ और $\frac{3}{7}$ में कौन सी भिन्न बड़ी है।

उत्तर : उपर्युक्त दोनों भिन्नों में अंश समान है ,यहाँ छोटा हर 5 और बड़ा हर 7 है।तब छोटे हर वाली भिन्न बड़ी होती है। (जब अंश समान हो)

इसलिए $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$

अभ्यास प्रश्नावली – 5

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) निम्नलिखित में से कौन-सी एक उचित भिन्न संख्या है।

(I) $\frac{8}{10}$ (II) $\frac{5}{2}$ (III) $\frac{2}{1}$ (IV) इनमें से कोई नहीं

(ब) निम्नलिखित में से कोई उचित चिह्न लगाइये है: $\frac{15}{2} \square \frac{5}{2}$

(I) $<$ (II) $>$ (III) $=$ (IV) इनमें से कोई नहीं

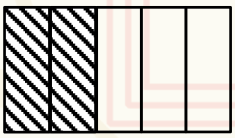
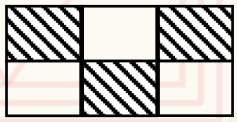
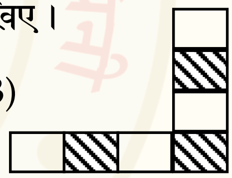
(स) निम्नलिखित में से कौन-सी सबसे छोटी भिन्न संख्या है।

(I) $\frac{12}{7}$ (II) $\frac{55}{7}$ (III) $\frac{17}{7}$ (IV) $\frac{37}{7}$

(द) मिश्रित भिन्न $3\frac{2}{7}$ को विषम भिन्न में बदलने पर .... प्राप्त होता है।

(I) $\frac{22}{7}$ (II) $\frac{13}{7}$ (III) $\frac{12}{7}$ (IV) इनमें से कोई नहीं

2. दी गई आकृति के छायांकित भाग को भिन्न के रूप में लिखिए।

(1)  (2)  (3) 

3. दिये गए भिन्नों को चित्रों द्वारा दर्शाइये।

(1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{3}{6}$ (3) $2\frac{2}{5}$ (4) $\frac{4}{7}$

5. निम्न विषम भिन्न को मिश्रित भिन्न में बदलिए।

(1) $\frac{13}{2}$ (2) $\frac{20}{3}$ (3) $\frac{110}{12}$ (4) $\frac{18}{4}$ (5) $\frac{23}{2}$

7. मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में बदलिए।

(1) $1\frac{2}{7}$ (2) $3\frac{3}{5}$ (3) $4\frac{2}{8}$ (4) $2\frac{3}{7}$ (5) $5\frac{4}{8}$

8. 35 मिनट, एक घण्टे का कौन-सा भिन्न है ?

अध्याय - 6

दशमलव संख्या

दशमलव संख्या :- एक खण्ड के 10 बराबर भाग करने पर प्रत्येक भाग पर प्रत्येक भाग के इकाई का 1/10 (एक दशांश) होगा। इसे हम दशमलव रूप 0.1 लिख सकते हैं।

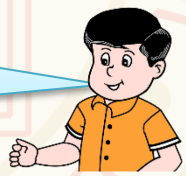
दशमलव के स्थानीय मान :- किसी संख्या में अङ्कों का मान उसके स्थानीय मान पर निर्भर करता है। संख्या 425 में

4 सैकड़े वाले स्थान पर है अतः $4 \times 100 = 400$

2 दहाई वाले स्थान पर है अतः $2 \times 10 = 20$

5 इकाई वाले स्थान पर है अतः $5 \times 1 = 5$

संख्याओं में बायीं ओर से दायीं ओर जाने पर स्थानीय मान $\frac{1}{10}$ भाग प्राप्त होता जाता हैं।



अब कुछ दशमलव संख्या के स्थानीय मान लिखते हैं।

दशमलव संख्या	सैकड़ा	दहाई	इकाई	दशांश	शंताश
124.5	1	2	4	5	
551.41	5	5	1	4	1
124.32					
321.2					

दशमलव संख्याओं को पढ़ना :- हम 34.57 रु. को, चौतीस दशमलव पाँच सात रुपये पढ़ेंगे, आप भी दशमलव संख्या को शब्दों में लिखें।

(1) 45.38 = ...

(2) 125.78 = ...

ध्यान रखें : दशमलव संख्याओं को इकट्ठे नहीं पढा जाता है । दशमलव संख्याओं में बिन्दु हमेशा इकाई और दशांश के बीच लगाया जाता है । **जैसे :** 17.45 इसे हम सत्रह दशमलव पैतालीस नहीं पढकर सत्रह दशमलव चार पाँच पढ़ते हैं।

दशमलव संख्याओं का विस्तार रूप :-

$135.4 = 100 + 30 + 5 + \frac{4}{10}$

$43.7 = 40 + 3 + \frac{7}{10}$

संख्या रेखा पर निरूपण :- निम्न संख्या रेखा पर दशमलव संख्या को ध्यान पूर्वक देखकर समझे-

दशमलव रूप

निम्न उदाहरण देखें -

i) 7 इकाई और 5 दशांश

हल : 7 इकाई और 5 दशांश

$= 7 + \frac{5}{10}$

$= 7.5$

दशांश का अर्थ दसवां हिस्सा होता है। अत:

1 दशांश $= \frac{1}{10} = 0.1$

ii) 3 सैकड़ा 8 दहाई 5 इकाई 7 दशांश

हल : $300 + 80 + 5 + \frac{7}{10} = 385.7$

दशमलव संख्याओं को भिन्न के रूप में लिखना :- किसी दशमलव संख्या को भिन्न रूप में बदलने के लिए दशमलव को हटा कर हर में उसके स्थान पर एक एवं दशमलव के आगे जितने अङ्क हो उतने शून्य लगाते हैं।

आइए, उदाहरण के माध्यम से समझते हैं –

(1) 25. 6 $= \frac{25.6}{10}$

(2) 35 . 47 $= \frac{35.47}{100}$

दशमलवों का प्रयोग :-

धन - हम जानते हैं कि 100 पैसे = रु. 1

अतः 1 पैसा = रु. $\frac{1}{100}$ = रु. 0.01

- 135 पैसे में कितने रुपये होंगे ?

135 पैसे = रु. $\frac{135}{100}$ = रु. 1.35

= यह 1 रुपया 35 पैसा होगा।

लम्बाई - हम जानते हैं कि 1 से.मी. = $\frac{1}{100}$ मी. = 0.01 मी.

इस प्रकार मेज की ऊपरी सतह की लम्बाई

186 से.मी. = 100 से.मी. + 86 से.मी.

= $\frac{100}{100}$ मी. + $\frac{86}{100}$ मी.

= 1 मी. + 0.86 मी. = 1.86 मी.

➢ **याद रखने योग्य बातें -**

10 मिलीमीटर = 1 से.मी.

100 सेण्टीमीटर = 1 मीटर

1000 मीटर = 1 किलोमीटर

अतः , 1 मिलीमीटर = $\frac{1}{10}$ सेण्टीमीटर = 0.1 सेण्टीमीटर

1 सेण्टीमीटर = $\frac{1}{100}$ मीटर = 0.01 मीटर

1 मीटर = $\frac{1}{1000}$ = 0.001 किलोमीटर

वजन - हम जानते हैं कि

1000 ग्रा. = 1 कि.ग्रा.

अतः , 1 ग्रा. = $\frac{1}{1000}$ कि.ग्रा. = 0.001 कि.ग्रा.

इस प्रकार 2350 ग्रा. = 200 ग्रा. + 350 ग्रा.

या = $\frac{2000}{1000}$ कि.ग्रा. + $\frac{350}{1000}$ कि.ग्रा.

या = 2 कि.ग्रा. + 0.350 कि.ग्रा.

= 2.350 कि.ग्रा. [∴ क्योंकि $\frac{1}{1000}$ कि.ग्रा. = 0.001 कि.ग्रा.]

अतः थैले में कुल 2.350 कि.ग्रा. सब्जी थी ।

दशमलव संख्या के योग एवं व्यवकलन :-

उदाहरण : (32.64 और 2.41) को जोड़िए)

हल :

$$\begin{array}{r} 32.64 \\ +\ 2.41 \\ \hline 35.05 \\ \hline \end{array}$$

ध्यान रखें : दशमलव के नीचे दशमलव लिखते हुए संख्याओं को व्यवस्थित करें। संख्याओं को पूर्ण बनाने के लिए दशमलव के बाद उतने ही शून्य लगाए जाते हैं, जितने दूसरे दशमलव के बाद अङ्क हों। दशमलव के बाद शून्य लगाने से दशमलव संख्याओं के मान में कोई परिवर्तन नहीं होता ।

दशमलव संख्याओं को घटाइये :-

(1) 7.4 में 3.2 घटाइये ।

हल :

$$\begin{array}{r} 7.4 \\ -\ 3.2 \\ \hline 4.2 \\ \hline \end{array}$$

(2) 8.42 में से 3.61 को घटाइये ।

हल :

$$\begin{array}{r} 8.42 \\ -\ 3.61 \\ \hline 4.81 \\ \hline \end{array}$$

दशमलव संख्या की तुलना :- दो दशमलव संख्यों की परस्पर तुलना में सर्वप्रथम तुलना संख्या के पूर्ण भाग (जो की दशमलव बिंदु के बायीं ओर के अङ्क होते हैं) से शुरू की जाती है । यदि पूर्ण भाग समान है, तो दशांश स्थान के अङ्कों की तुलना की जाती है और यदि ये अङ्क भी समान हों तो अगले अङ्क (शतांश) को भी देखें । यह क्रम आगे बढ़ता रहता है । आइए, उदाहरण से समझते हैं ।

कौन-सी संख्या बड़ी है ? 2.6 या 2.14 ? यहाँ हम देखते हैं की दोनों संख्याओं के बायें ओर के अङ्क समान हैं, अतः हम दशमलव संख्याओं में पहले दशांश और शतांश अङ्क की तुलना करते हैं। 2.6 व 2.14 में दशांश के स्थान पर 2.6 में 6 दशांश व 2.14 में 1 दशांश है।

दशांश $6 > 1$

अतः, $2.6 > 2.14$

अभ्यास प्रश्नावली- 6

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) सूक्ष्मरूप होगा- $30 + 4 + \frac{5}{10} + \frac{3}{100}$

(I) 30.53 (II) 34.35 (III) 34.53 (IV) इनमें से कोई नहीं

(ब) सूक्ष्मरूप होगा- $150 + \frac{3}{100}$

(I) 150.3 (II) 150.300 (III) 150.03 (IV) 150.003

(स) पाँच सैकड़ा सात शतांश को निम्न रूप में लिखते है।

(I) 500.007 (II) 50.007 (III) 500.07 (IV) इनमें से कोई नहीं

2. निम्न दशमलव संख्याओं का विस्तार रूप में लिखिए ।

(i) 23.4 (ii) 37.81 (iii) 135.7

3. निम्न में से प्रत्येक दशमलव रूप में लिखिए ।

(i) चौदह दशमलव नौ (ii) छः सौ दशमलव सात

4. निम्न दशमलव संख्या के विस्तार को सूक्ष्म रूप में लिखिए ।

(1) $\frac{3}{10}$ (2) $4 + \frac{8}{10}$ (3) $300 + 80 + 8 + \frac{1}{10}$

5. निम्न दशमलव संख्या को भिन्न रूप में लिखिए।

(i) 2.5 (ii) 13.7 (iii) 21.25 (iv) 6.7

6.) निम्न दशमलव संख्याओं को जोड़िये ?

$$\begin{array}{r} 7.4 \\ +\ 8.5 \\ \hline \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7.1 \\ +\ 1.9 \\ \hline \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7.4 \\ -3.5 \\ \hline \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2.4 \\ -\ 1.7 \\ \hline \\ \hline \end{array}$$

7) निम्न दशमलव संख्या की तुलना करें ?

(क) 4.7 ☐ 4.7 (ख) 4.73 ☐ 4.734

अध्याय - 7

अनुपात एवं समानुपात

भाग (विभाजन) द्वारा तुलना - एक किताब का मूल्य रु. 30 और एक पेन का मूल्य रु.10 है। यदि हम उनके मूल्यों का अन्तर लें, तो यह रु. 20 होगा। यदि हम भाग द्वारा तुलना करें तो वह निम्न प्रकार से होगी -

$$\frac{\text{किताब का मूल्य}}{\text{कलम (पेन)का मूल्य}} = \frac{30}{10} = \frac{3}{1}$$

हम कह सकते हैं कि किताब का मूल्य कलम के मूल्य से तीन गुणा अधिक है। इस प्रकार कुछ परिस्थितियों में **भाग द्वारा की गई तुलना को अनुपात कहा जाता है।**

अनुपात – अनुपात हमेशा दो सजातीय राशि में होता है। एक राशि का दूसरी राशि में भाग देने पर अनुपात प्राप्त होता है ।

आइये उदाहरण से समझते है- एक पेन का मूल्य 10 रु. और रबड़ का मूल्य 2 रु. है तो पेन एवं रबड़ के मूल्य से कितने गुणा अधिक है ? स्पष्ट है कि पाँच गुणा अधिक है। उक्त उदाहरण में हमने दो राशियों की 'कितने' गुणा के रूप में तुलना की यह तुलना अनुपात कहलाता है। हम अनुपात को ' : ' चिह्न द्वारा दर्शाते है।हम कह सकते हैं कि-

$$\text{अनुपात} = \frac{10}{2} = \frac{5}{1} = 5 : 1$$

उदाहरण : यदि अंशुल के पास 60 रु.और हिमांशु के पास 30 रु. है, तो निम्न का अनुपात ज्ञात कीजिए ।

हल : (क) अंशुल के पास, हिमांशु से कितने गुणा अधिक रुपये है?

$$\text{अनुपात} = \frac{\text{अंशुल के रुपये}}{\text{हिमांशु के रुपये}} = \frac{60}{30} = 2$$

अतः अंशुल के पास हिमांशु से दो गुणा रुपये हैं।

हल : (ख) हिमांशु के पास, अंशुल से कितने गुणा कम रुपये हैं ?

$$\text{अनुपात} = \frac{\text{हिमांशु के रुपये}}{\text{अंशुल के रुपये}} = \frac{30}{60} = 1 : 2$$

अतः हिमांशु के पास अंशुल से आधे रुपये हैं।

तुल्य अनुपात - किसी भी अनुपात का तुल्य अनुपात अंश और हर में एक समान संख्या से गुणा या भाग द्वारा प्राप्त किया जाता है।

गुणा के द्वारा तुल्य अनुपात -

उदाहरण : 6 : 4 के दो तुल्य अनुपात लिखिए।

हल:

$$6 : 4 = \frac{6}{4} = \frac{6\times2}{4\times2} = \frac{12}{8}$$

$$6 : 4 = \frac{6}{4} = \frac{6 \times 3}{4 \times 3} = \frac{18}{12} \text{ या } \frac{3}{2}$$

अत: 6 : 4 के दो तुल्य अनुपात $\frac{12}{8}$ एवं $\frac{3}{2}$ हैं।

भाग द्वारा तुल्य अनुपात -

उदाहरण : $\frac{32}{64}$ के दो तुल्य अनुपात लिखिए -

हल : अनुपात

$$\frac{32}{64} = \frac{32\div2}{64\div2} = \frac{16}{32}$$

$$\frac{32}{64} = \frac{32 \div 4}{64 \div 4} = \frac{8}{16}$$

अत: 6 : 4 के दो तुल्य अनुपात $\frac{16}{32}$ एवं $\frac{8}{16}$ हैं।

विभिन्न परिस्थितियों में अनुपात -

ध्यान दीजिए - 4 : 5 अथवा $\frac{4}{5}$

उदाहरण अजय और दिव्यकान्त के बीच 100 रुपये को 2 : 3 में विभाजित करें ?

हल : अनुपात के दो हिस्से 2 और 3 हैं

अतः दोनों हिस्सों का योग 2 + 3 = 5

अतः, इसका अर्थ है कि यदि 5 रु. है तो अजय को 2 रुपये और दिव्यकान्त को 3 रुपये मिलेंगे ?

अतः अजय का हिस्सा $= 100 \times \frac{2}{5} = 40$ रु.

और दिव्यकान्त का हिस्सा $= 100 \times \frac{3}{5} = 60$ रु.

समानुपात - यदि दो अनुपात एक समान है, तो वे समानुपात में है और इन्हें समान करने के लिए '::' या '=' चिह्न का प्रयोग किया जाता है।

$$a : b :: c : d$$

यहाँ हम a व d को बाहरी राशियाँ तथा c व b को आन्तरिक राशियाँ कहते हैं।

यदि चार राशियाँ समानुपात में है तो

बाहरी राशियों का गुणनफल = आन्तरिक राशियों का गुणनफल

बाह्य पद

उदाहरण : 10 : 15 :: 2 : 3

मध्य पद

उक्त में 10, 3 बाह्य पद हैं और 15, 2 मध्य पद हैं।

अर्थात्   बाह्य पदों का गुणनफल = मध्य पदों का गुणनफल

$$10 \times 3 = 15 \times 2$$

$$30 = 30$$

अतः राशियाँ समानुपात में है ।

उदाहरण : 3 कि.ग्रा. अंगूर का मूल्य 180 रु. तथा 4 कि.ग्रा. तरबूज का मूल्य 200 रु. है । बताइये क्या ये समानुपात में हैं या नहीं ।

हल : अंगूर एवं तरबूज के वजनों का अनुपात 3 : 4 है अंगूर एवं तरबूज के मूल्यों का अनुपात = 180 : 200 या $\frac{9}{10}$ है।

अतः 3:4 = 180:200 या 9 : 10

अतः 3 : 4 और 9 : 10 समान नहीं है।

अर्थात्, बाह्य पद का गुणनफल = मध्यपद का गुणनफल

$$3 \times 10 = 4 \times 9$$

$$30 = 36$$

इस प्रकार चारों राशियों 3, 4, 180, 200 समानुपात में नहीं है ।

उदाहरण : समानुपात में 'है' या 'नहीं' - 8, 6, 48, 36

हल : 8 : 6 :: 48 : 36

=> $8 \times 36 = 48 \times 6$

=> $288 = 288$

अतः 8, 6, 24 और 36 समानुपात में है ।

ऐकिक नियम :- ऐकिक नियम एक ऐसी गणितीय सङ्क्रिया है जिसमें एक वस्तु का मूल्य ज्ञात करके अनेक वस्तुओं का मूल्य निकालने की क्रिया की जाती है।

$$\textbf{एक वस्तु का मुल्य} = \frac{\text{दी गई वस्तुओं का मूल्य}}{\text{वस्तुओं की संख्या}}$$

उदाहरण : यदि 2 पुष्प माला का मूल्य 30 रु. है तो 5 मालाओं का मूल्य कितना होगा ?

हल : चूँकि 2 पुष्प माला का मूल्य = 30 रु. है।

$\therefore$ 1 पुष्प माला का मूल्य $= \frac{30}{2} = 15$ रु.

$\therefore$ 5 मालाओं का मूल्य $= 5 \times 15 = 75$ रु.

अतः 5 पुष्प मालाओं का मूल्य 75 रु. होगा।

उदाहरण : यदि 5 कुर्सियों का मूल्य 500 रु. है तो 1000 रु में कितनी कुर्सियाँ खरीदी जा सकती हैं ?

हल : चूँकि 5 कुर्सियों का मूल्य = 500 रु.

$\therefore$ 1 कुर्सी का मूल्य $= \frac{500}{5} = 100$ रु.

तब 1000 रु में कुर्सियाँ खरीदी जा सकती $= \frac{1000}{100} = 10$

अतः 10 कुर्सियाँ खरीदी जा सकती हैं।

याद रखे - कम होय तो भाग जाय, अधिक होय तो गुणा किया जाय

पूछा जाय तो अन्त में लिखा जाय

अभ्यास प्रश्नावली - 7

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) अनुपात 40 ग्राम से 1किलोग्राम = ...

(I) 4:5 (II) 2:5 (III) 5:10 (IV) 4:5

(ब) निम्नलिखित में से कौन-सा सत्य है ?

(I) 15 : 40 :: 10 : 30 (II) 16 : 48 :: 25 : 75

(III) 4 : 6 :: 3 : 4 (IV) 2 :10 :: 3 :12

2. पिता एवं पुत्र की आयु का अनुपात 4 : 3 है दोनों की आयु का योग 70 है तब पिता एवं पुत्र की आयु ज्ञात कीजिए।

3. निम्न का अनुपात कीजिए।

(i) 25 का 70 से (iii) 35 मिनिट का 70 मिनट से

4. निम्न में से प्रत्येक के दो-दो तुल्य अनुपात ज्ञात कीजिए।

(i) $\frac{5}{3}$ (ii) $\frac{3}{7}$ (iii) $\frac{5}{4}$ (iv) $\frac{4}{3}$

5. क्या दी गये अनुपात 30 से.मी. : 36 से.मी. और 10 मीटर : 12 मीटर समानुपात में है ?

6. यदि 10 लीटर दूध का मूल्य 180 रु. है तो 3 लीटर दूध का मूल्य कितना होगा?

7. आशीष गणपति उत्सव में नैवेद्य लगाने के लिए 5 किलो मोदक 1000 रु. में बाजार से खरीदता है तो बताइये , यदि वह 3 किलो मोदक खरीदता तो उसे कितने रुपये की आवश्यकता होगी ?

अध्याय - 8

आधारभूत ज्यामितीय संकल्पना

- ज्यामितिय कम्पास बॉक्स में आने वाले यन्त्रों के नाम और प्रयोग के बारे में जानकारी

1. **रूलर (स्केल) अथवा सीधा किनारा**

विवरण- आपके ज्यामिति बॉक्स में दी गई रूलर (स्केल) में एक किनारे के अनुदिश सेण्टीमीटर तथा दूसरे किनारे पर इञ्चों के चिह्न होते हैं।

अनुप्रयोग- रेखाखण्डों को खींचना और उनकी लम्बाइयों को मापना

2. **परकार** (compasses)

विवरण - परकार के दो सिरे में एक सिरा नुकीला होता है। और दूसरे सिरे पर पेन्सिल रखने का स्थान होता है।

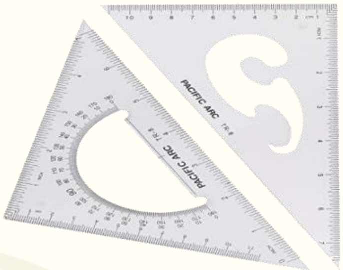
अनुप्रयोग - बराबर लम्बाई अङ्कित करने के लिए, परन्तु उन्हें मापने के लिए नहीं। चाप और वृत्त खींचने के लिए।

3. **डिवाइडर** (Divider)

विवरण - इसके दो नुकीले सिरे होते हैं।

अनुप्रयोग - लम्बाइयों कि तुलना करने के लिए

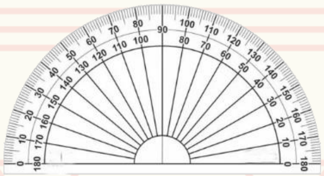
4. सेट स्क्वेयर (गुनिया)



विवरण - दो त्रिभुजाकार यन्त्र है जिसमें एक के शीर्षों पर कोण 45°, 45°, 90° हैं और दूसरे में यह कोण 30° 60° 90° होते हैं।

अनुप्रयोग - लम्ब रेखाओं और समान्तर रेखाओं को खींचना।

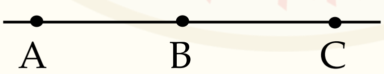
5. चाँदा (कोण मापक)



विवरण - एक अर्धवृत्ताकार यन्त्र जिस पर 180° भाग चिह्नित होते हैं। यह मापन दायीं ओर से 0° से प्रारम्भ होकर बायीं ओर 180° पर समाप्त होता है।

अनुप्रयोग - कोणों को खींचना और मापना

बिन्दु :- बिन्दु एक ऐसी ज्यामिति आकृति है जिसमें न लम्बाई ,न चौड़ाई और न ही मोटाई होती है। यदि तीन बिन्दु या अधिक बिन्दु एक ही रेखा पर स्थित हो तो सरेंख बिन्दु कहलाते हैं।

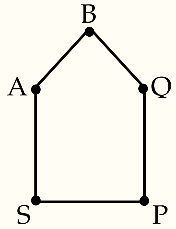


एक कागज पर पेन्सिल के नुकिले सिरे से चार बिन्दु अङ्कित कीजिए उन्हें नाम PQRS दीजिए।

P • Q•

R • S•

उदाहरण : दी गई आकृति में कितने बिन्दु अङ्कित हैं ?



हल : दी गई उपर्युक्त आकृति में 5 बिन्दु हैं।

(बिन्दु A, B, Q, P, S)

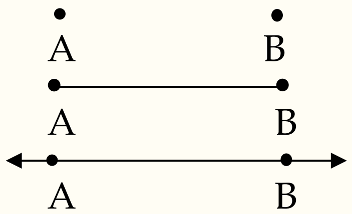
रेखाखण्ड - दो बिन्दुओं को जोड़ने वाला सबसे छोटा रास्ता एक रेखाखण्ड दर्शाता है बिन्दु A और बिन्दु B को मिलाने वाले रेखाखण्ड को $\overline{\mathbf{AB}}$ से दर्शाते हैं।

उपर्युक्त दो बिन्दु से मिलाने वाले रेखाखण्ड को हम $\overline{AB}$ और $\overline{BA}$ दोनों एक ही रेखाखण्ड को दर्शाते हैं।

उदाहरण : स्केल का प्रयोग करके 3.7 से.मी. की रेखा खींचिए चित्र- स्केल/पैमाना

रेखा -

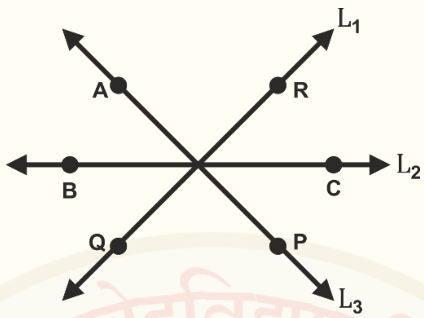
जब एक रेखाखण्ड को दोनों तरफ अनन्त तक विस्तारित किया जाता है। तो हमें एक **रेखा** प्राप्त होती है अर्थात् AB को A से आगे एक दिशा और B से आगे दूसरी दिशा में विस्तृत करने पर **रेखा** प्राप्त होती है जिसे $\overleftrightarrow{AB}$ से दर्शाते हैं।



$\overline{AB}$ रेखाखण्ड

$\overleftrightarrow{AB}$ रेखा

उदाहरण : निम्न आकृति के रेखा के नाम लिखिए।



उपर्युक्त दी गई आकृति में तीन रेखाएँ हैं जिनके नाम $\overleftrightarrow{AP}$, $\overleftrightarrow{QR}$ एवं $\overleftrightarrow{BC}$

ध्यान रहें : रेखा को दर्शाने के लिए ($\longleftrightarrow$) का प्रयोग किया जाता है।

किरण :- किरण रेखा का एक भाग होता है यह एक बिन्दु से प्रारम्भ होती है जिसे प्रारम्भिक बिन्दु कहते हैं। और एक दिशा में बिना किसी अन्त के विस्तृत होती है। दी गई आकृति

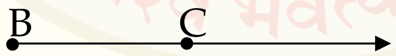
(a) यहाँ बिन्दु A जो किरण का प्रारम्भिक बिन्दु है।

(b) P बिन्दु, जो किरण पर एक अन्य बिन्दु है।

(c) इसे हम $\overrightarrow{AP}$ से दर्शाते हैं।

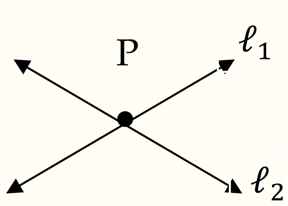
उदाहरण : निम्न आकृति का प्रारम्भिक बिन्दु एवं अन्य बिन्दु कौन-सा है ?

हल :



उपर्युक्त दी गई आकृति में, बिन्दु B किरण ($\overrightarrow{BC}$) का प्रारम्भिक बिन्दु है एवं बिन्दु C, किरण ($\overrightarrow{BC}$) पर एक अन्य बिन्दु है।

प्रतिच्छेदी रेखाएँ - जब दो विभिन्न रेखाएँ एक-दूसरे को किसी एक बिन्दु पर मिलती या काटती हैं, तो वे प्रतिच्छेदी रेखाएँ कहलाती हैं।



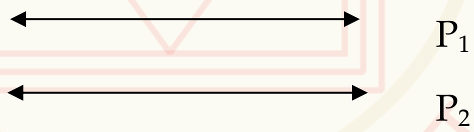
उपर्युक्त में दो रेखाएँ ℓ_1 और ℓ_2 दर्शाई गई हैं। ये दोनों रेखाएँ बिन्दु P पर मिलती या काटती हैं ।अतः, ℓ_1 और ℓ_2 रेखाएँ प्रतिच्छेदी रेखाएँ कहलाती हैं। और बिन्दु P को प्रतिच्छेद बिन्दु कहते हैं। उपर्युक्त प्रतिच्छेदी रेखा की आकृति देखकर समझ सकते हैं कि

(1) दो रेखाएँ एक ही बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं।

(2) दो या दो से अधिक रेखा भी एक ही बिन्दु पर प्रतिच्छेद कर सकती हैं।

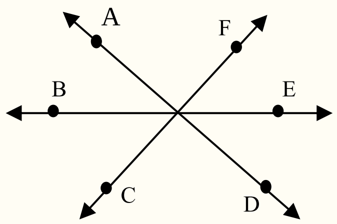
समान्तर रेखाएँ -

वे रेखाएँ ,जिनके बीच की दूरी नियत रहती है तथा जिन्हें कितना भी बढ़ाया जाए, एक-दूसरे को प्रतिच्छेद नहीं करती अर्थात् नहीं काटती हैं तब वे रेखाएँ **समान्तर रेखाएँ** कहलाती हैं।

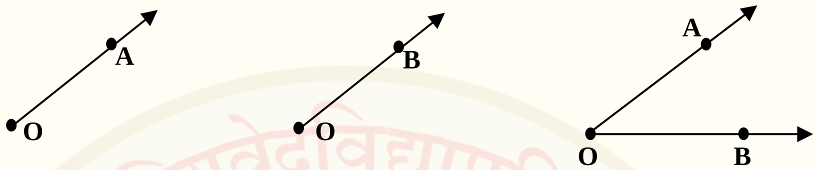


उपर्युक्त आकृति में दो रेखाएँ P_1 एवं P_2एक समान्तर **रेखाएँ** हैं क्योंकि ये एक दूसरे को प्रतिच्छेद नहीं करती हैं।

संगामी रेखाएँ - दो या दो से अधिक रेखाएँ जब एक ही बिन्दु से गुजरती हैं तो वे संगामी रेखाएँ कहलाती हैं। प्रत्येक प्रतिच्छेदी रेखा संगामी होती है। $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BE}$ एवं $\overleftrightarrow{CF}$ संगामी रेखाएँ हैं।



कोण :- एक ही बिन्दु से प्रारम्भ होने वाली दो किरणों से कोण बनता है। जिस बिन्दु पर दोनों किरणें मिलती हैं, वह कोण का शीर्ष बिन्दु कहलाता है। जो कि कोण को "$\angle$" से दर्शाते हैं।

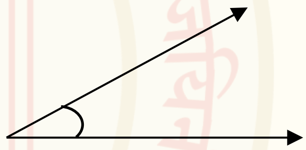


किरण $\overrightarrow{OA}$ किरण $\overrightarrow{OB}$ कोण AOB

मान लीजिए, यदि दो किरण $\overrightarrow{OA}$ और $\overrightarrow{OB}$ कोण AOB बनाती हैं तो इसे हम $\angle AOB$ भी लिखते हैं।

माप के आधार पर कोणों का वर्गीकरण :-

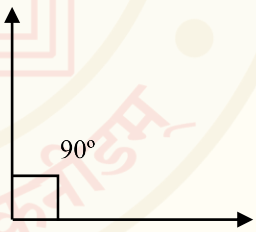
1. **न्यूनकोण** - ऐसा कोण जो शून्य से बड़ा और 90° से छोटा हो, **न्यूनकोण** कहलाता है।



न्यूनकोण

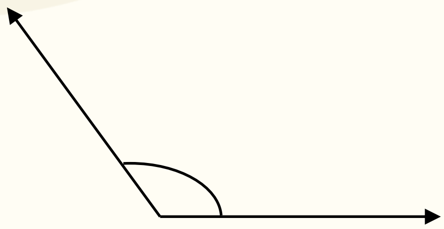
2. **समकोण** -

ऐसा कोण जिसकी माप 90° हो, **समकोण** कहलाता है।



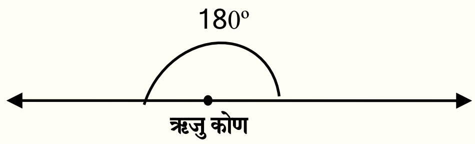
3. **अधिककोण** -

ऐसा कोण जो 90° से बड़ा हो परन्तु 180° से छोटा हो, **अधिक कोण** कहलाता है।

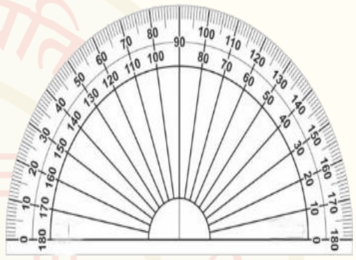


अधिक कोण

4. **ऋजुकोण** - ऐसा कोण जिसकी माप 180° हो, ऋजु कोण (सरल कोण) कहलाता है।



चांदे का परिचय - कोणों कि सही तुलना एवं मापन के लिए एक उपकरण की आवश्यकता होती है। जिसे चाँदा (D) कहते हैं। अपने ज्यामिति बॉक्स में आप इसे देख सकते हैं चित्र में दिए गए चांदे को ध्यान से देखिए इसमें आपको दो मापन मिलेंगे। भीतरी मापक एवं बाहरी मापक। समकोण को दर्शाने वाली रेखा पर 90° अङ्कित है। घड़ी की दिशा में और विपरीत दिशा में बनने वाले कोण दोनों दिशाओं में 0 से 180° (डिग्री) तक अङ्कित होता है।

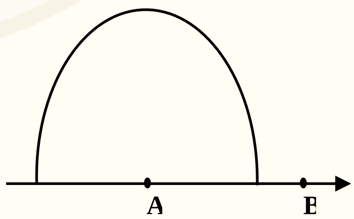


कोणों की रचना - चांदे की सहायता से कोण बनाना

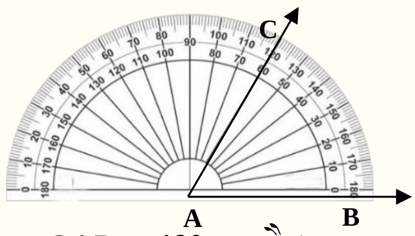
उदाहरण : चांदे की सहायता से 60° का कोण बनाना।

हल : चरण – 1 सबसे पहले एक किरण $\overrightarrow{AB}$ खींचिए।

चरण – 2 चांदे को आधार रेखा के मध्य बिन्दु A पर इस प्रकार रखते हैं कि इसका शून्य (0) वाला चिह्न $\overrightarrow{AB}$ की दिशा में रहे।

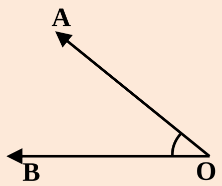
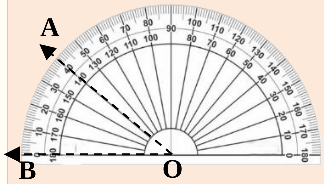
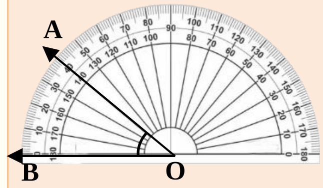
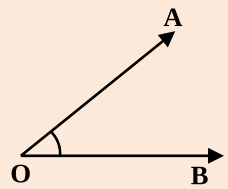
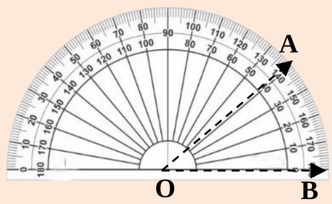
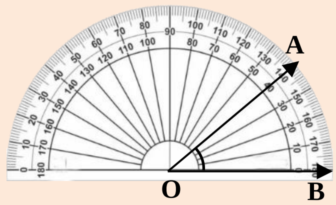


चरण – 3 बिन्दु B के पास के शून्य से प्रारम्भ करते हुए 60° के चिह्न के सामने बिन्दु C को अङ्कित करें।



चरण – 4 बिन्दु A को C से मिलाइये । इस प्रकार $\angle CAB = 60^\circ$ बना है ।

उदाहरण : चांदे के सहायता से घड़ी की दिशा में और घड़ी की विपरीत दिशा में 40° का कोण बनाइये।

घड़ी की दिशा में कोण	चरण	घड़ी की विपरीत दिशा में कोण
  	(1) 40° का कोण न्यून कोण है। (2) चाँद केन्द्र बिन्दु कोण के शीर्ष पर रखिए। (3) शीर्ष को केन्द्र बिन्दु से हटाए बिना चांदे को व्यवस्थित कीजिए जिससे की उसकी एक भुजा आधार रेखा के साथ हो। (4) मापन रेखा को देखिए जहाँ आधार रेखा 0° दर्शाती है। (5) इस कोण को पढ़िए, यहाँ $\angle AOB = 40^\circ$ बनता है।	  

अभ्यास प्रश्नावली - 8

1) निम्न को परिभाषित कीजिए :-

रेखा और रेखाखण्ड की परिभाषा लिखिए।

2) स्केल का प्रयोग करके दी गई लम्बाई का रेखाखण्ड बनाइये ।

(1) 3.5 से.मी. (2) 4.3 से.मी.

4) प्रतिच्छेदी रेखा और समान्तर रेखा को परिभाषित कीजिए ।

5) चांदे की सहायता से निम्नलिखित माप के कोण बनाइये ।

(i) 90° (ii) 45° (iii) 60° (iv) 120°

2) रिक्त-स्थानों की पूर्ति कीजिए -

(ऋजुकोण, समकोण, अधिक कोण, न्यूनकोण, कोण, शीर्ष बिन्दु)

1. ऐसा कोण जिसका माप 90° हो --------------- कहलाता है।
2. ऐसा कोण जिसका माप 180° (अंश) हो --------------- कहलाता है।
3. ऐसा कोण जो शून्य 0 से बड़ा परन्तु 90° से छोटा हो ----------- कहलाता है।
4. ऐसा कोण जो 90° से बड़ा परन्तु 180° से छोटा हो ---------- कहलाता है।
5. कोण के जिस बिन्दु पर दोनों रेखाएँ मिलती हैं तो उसे कोण ------- कहते हैं।

3) निम्नलिखित वस्तुनिष्ठ प्रश्नों के सही विकल्प का चयन करें।

(1) समकोण कितने अंश का होता है ।

(i) 180° (ii) 90° (iii) 45° (iv) 60°

(2) निम्न में न्यूनकोण है।

(i) 90° (ii) 60° (iii) 100° (iv) 95°

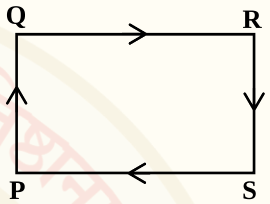
(3) ऋजुकोण का माप है ।

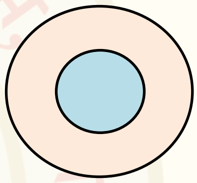
(i) 90° (ii) 100° (iii) 180° (iv) 0°

अध्याय - 9

सरल द्विविमीय आकृतियाँ

- तल की असीमित लम्बाई और चौड़ाई होती है। परन्तु मोटाई नहीं होती है।
- ऐसी आकृति जिसमें पेन्सिल एक बिन्दु से चलना प्रारम्भ कर बिना उसे काटे और बिना पेन्सिल उठाए पूरी आकृति पर बनाई जा सके वह **सरल आकृति** कहलाती है।



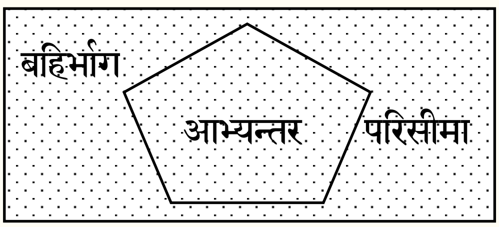


आकृति को बिन्दु P से चलकर बिना पेन्सिल उठाए और रेखाओं को काटे बिना क्रमशः P, Q, R व S होते हुए, पूरी आकृति बना सकते हैं। अतः यह सरल आकृति है। इसके विपरीत वह आकृति जो बिना पेन्सिल उठाए नहीं बनाई जा सकती है वह **जटिल आकृति** होती है।

खुली एवं बन्द आकृतियाँ - वे आकृतियाँ जो अपने प्रारम्भिक बिन्दु पर समाप्त होती हैं, वे **बन्द आकृतियाँ** कहलाती हैं वे आकृतियाँ जो अपने प्रारम्भिक बिन्दु पर समाप्त नहीं होती है, वे **खुली आकृतियाँ** कहलाती हैं।

एक बन्द आकृति में तीन भाग होते हैं। बन्द आकृतियों के अन्दर के भाग को आभ्यन्तर, बाह्य भाग को बहिर्भाग एवं किनारे पर स्थित भाग को परिसीमा कहते हैं।

(1) आभ्यन्तर (2) बहिर्भाग (3) परिसीमा (आकृति स्वयं)



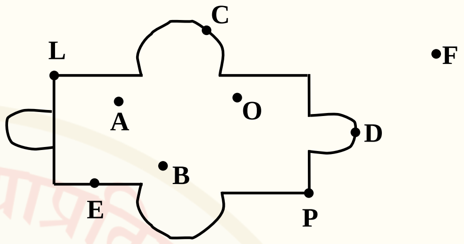
❖ **करो और सीखो :-**

दिये गये चित्र में कौन-कौन से बिन्दु बन्द आकृति के आभ्यन्तर, बहिर्भाग, परिसीमा पर स्थित हैं।

(1) आभ्यन्तर = ...

(2) बहिर्भाग = ...

(3) परिसीमा = ...



बहुभुज – वैदिक वाङ्मय में अग्नि के स्थान को बताते हुए ज्यामिति आकारों का उल्लेख मिलता है।

अस्माकम् अग्ने अध्वरं जुषस्व सहसः सूनो त्रिषधस्थ। (ऋग्वेद 5/4/8)

यज्ञस्य केतुं प्रथमं पुरोहितम् अग्निन्नर स्त्रिषधस्थे समिन्धते। (तैत्तिरीय संहिता. सं. 4/4/4/3)

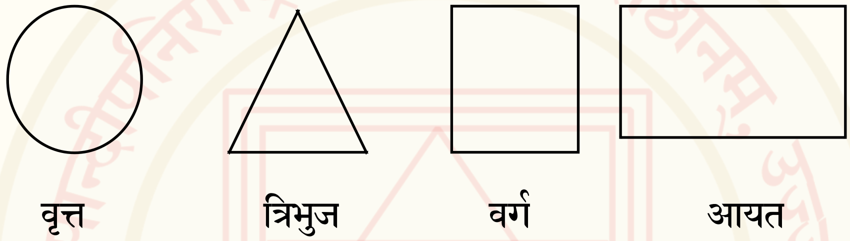
ऋग्वेद एवं तैत्तिरीय संहिता में अग्नि को 'त्रिषधस्थ' अर्थात् अग्नि के तीन स्थान बताये गए है। अग्नि के इन तीन स्थानों में – (1) गार्हपत्य अग्नि की वेदी मण्डलाकार (Circle)(2) आहवनीय की चतुर्भुज (Square) (3) दक्षिणाग्नि की अर्धवृत्ताकार या अर्धचन्द्राकार (Semi-circle) होती है।

श्रौतयज्ञ में अग्नि के 'त्रिषधस्थ' स्थान (गार्हपत्य, आहवनीय और दक्षिणाग्नि)को विधि पूर्वक स्थापन को 'श्रौतधान' कहते है। इन अग्नियों में किये जाने वाले यज्ञों के नाम 'श्रौतकर्म' है।

➢ बन्द आकृति जो तीन या तीन से अधिक भुजाओं द्वारा निर्मित हो उन्हें **बहुभुज** कहते हैं।

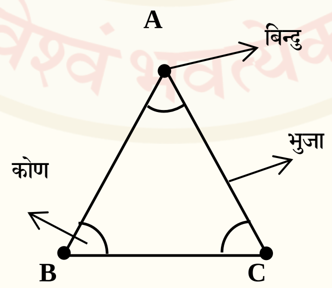
नोट - बन्द आकृतियों का क्षेत्रफल एवं परिमाप ज्ञात किया जा सकता है।

द्विविमिय आकृति (2D आकृति) :- वे सभी समतल आकृतियाँ जिनमें लम्बाई एवं चौड़ाई होती है। उन्हें द्विविमिय आकृति कहते हैं। 2D की आकृतियों को कागज पर प्राप्त किया जा सकता हैं। आइये, द्विविमिय आकृतियों को समझते हैं।



त्रिभुज – तीन असरेंख बिन्दुओं से मिलकर बनी हुई बन्द आकृति को त्रिभुज कहते हैं। त्रिभुजाकार आकृति में तीन भुजाएँ, तीन शीर्ष एवं तीन कोण होते हैं।

1. त्रिभुज के तीनों अन्त:कोणों का योग 180° होता है।
2. त्रिभुज सबसे कम भुजाओं वाला बहुभुज है।



त्रिभुज के प्रकार :-

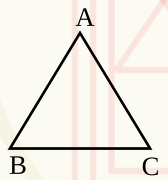
भुजाओं एवं कोणों के आधार पर त्रिभुज का वर्गीकरण किया गया है।

त्रिभुज

- भुजाओं के आधार पर
  - समबाहु त्रिभुज
  - समद्विबाहु त्रिभुज
  - विषमबाहु त्रिभुज
- कोणों के आधार पर
  - न्यूनकोण त्रिभुज
  - समकोण त्रिभुज
  - अधिककोण त्रिभुज

1. समबाहु त्रिभुज -

जिस त्रिभुज की तीनों भुजाएँ बराबर हो तो उसे **समबाहु त्रिभुज** कहते हैं।

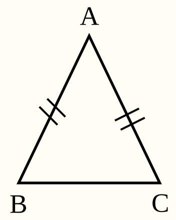


आकृति में तीन भुजा AB, BC, CA तीन भुजा है। अतः AB = BC=CA

नोट - समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक कोण 60^{o} (अंश) का होता है।

2. समद्विबाहु त्रिभुज -

जिस त्रिभुज की दो भुजाएँ समान हो एवं एक भुजा अलग हो तो उसे **समद्विबाहु त्रिभुज** कहते हैं।

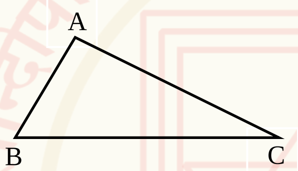


आकृति में भुजा AB एवं AC भुजा बराबर है, AB = AC एवं एक भुजा BC बराबर नहीं हैं ।

अतः $AB = AC \neq BC$

3. विषमबाहु त्रिभुज -

ऐसा त्रिभुज जिसकी तीनों भुजाएँ बराबर नहीं हो तो उसे **विषमबाहु त्रिभुज** कहते हैं।



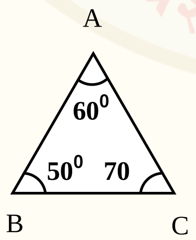
आकृति में तीनों भुजाएँ AB, BC, AC तीनों बराबर नहीं हैं।

अतः , $AB \neq BC \neq CA$

कोणों के आधार -

i) न्यूनकोण त्रिभुज-

वह त्रिभुज जिसके तीनों कोण न्यूनकोण हो तो वह **न्यूनकोण त्रिभुज** कहलाता है।

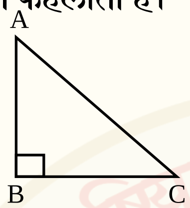


आकृति में दिये गये तीनों कोण

$A = 60^o$ $B = 50^o$ $C = 70^o$

तीनों कोण न्यूनकोण हैं अतः ये न्यूनकोण है।

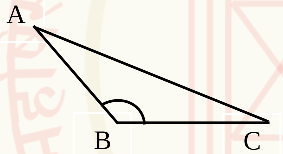
ii) समकोण त्रिभुज - वह त्रिभुज जिसमें एक कोण समकोण हो तो वह समकोण त्रिभुज कहलाता है।



आकृति में तीन कोणों में B समकोण (90°) है।
अतः ये एक समकोण त्रिभुज है।

(iii) अधिककोण त्रिभुज -

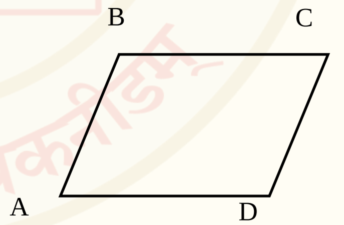
वह त्रिभुज जिसमें एक कोण अधिक कोण हो तो वह **अधिककोण त्रिभुज** कहलाता है।



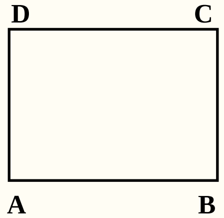
आकृति में कोण B एक अधिक कोण है अतः ये एक अधिक कोण त्रिभुज है।

चतुर्भुज – चार बिन्दुओं से मिलकर बनी हुई बन्द आकृति चतुर्भुज कहलाती है।

उपर्युक्त आकृति चार बिन्दु ABCD से मिलकर बनी है। चतुर्भुज में चार कोण, चार भुजा एवं चार शीर्ष बिन्दु होते हैं। चतुर्भुज के चारों अन्त:कोणों का योग 360° होता है।



वर्ग :- ऐसा चतुर्भुज जिसमें सभी भुजाएँ समान हों एवं प्रत्येक कोण समकोण हों तो

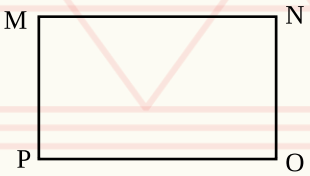


उस चतुर्भुजाकार **वर्ग** कहलाता है।

आकृति में AB = BC = CD = DA एवं ∠A = ∠B = ∠C = ∠D = 90°

यहाँ सभी कोण बराबर हैं एवं चारों भुजाएँ समान हैं अतः यह चतुर्भुजाकार आकृति वर्ग है।

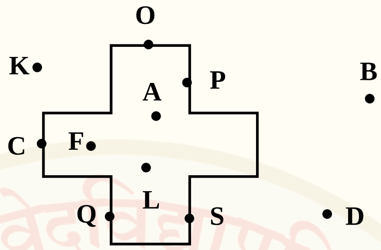
आयत - ऐसा चतुर्भुज जिसमें आमने-सामने की भुजाएँ बराबर हों एवं प्रत्येक कोण समकोण (90°) हों तो उस चतुर्भुजाकार आयत कहलाता है।



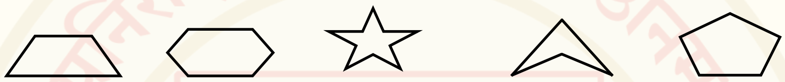
आकृति में चारों कोण ∠M = ∠N = ∠O = ∠P = 90° पर बराबर हैं एवं भुजा MN बराबर है PO के तथा भुजा MP बराबर है NO के अतः, MN = PO एवं MP = NO आमने - सामने की भुजाएँ बराबर हैं। यह चतुर्भुजाकार आकृति आयत कहलाती है।

प्रश्नावली– 9.1

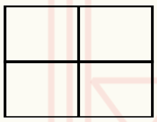
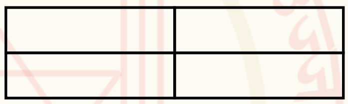
1. नीचे दी गई आकृति के आभ्यन्तर, बहिर्भाग एवं परिसीमा बिन्दुओं को बताए-



2. निम्नांकित बहुभुजों को देखकर भुजाओं की संख्या बताइये ?



3. निम्न आकृति में वर्ग व आयत की संख्या बताइये ।

(i)  (ii) 

4. रिक्त-स्थानों की पूर्ति कीजिए :-

(1) त्रिभुज के तीनों कोण का योग .... है।

(2) चतुर्भुज के चारों कोणों का योग .... है।

(3) किसी त्रिभुज में .... कोण, शीर्ष एवं भुजा होती है।

5. एक शब्द में उत्तर दीजिए -

1. ऐसा त्रिभुज जिसकी तीनों भुजाएँ बराबर हो कौन-सा त्रिभुज कहलाता है ?
2. ऐसा त्रिभुज जिसकी दो भुजाएँ समान हों व एक भुजा अलग हो कौन-सा त्रिभुज कहलाता है ?
3. ऐसा चतुर्भुज जिसकी सभी भुजाएँ बराबर हों कौन-सा चतुर्भुज कहलाता है ?
4. ऐसा त्रिभुज जिसका एक कोण अधिक कोण एवं अन्य कोण न्यूनकोण हो कौन-सा त्रिभुज कहलाता है ?

अध्याय - 10

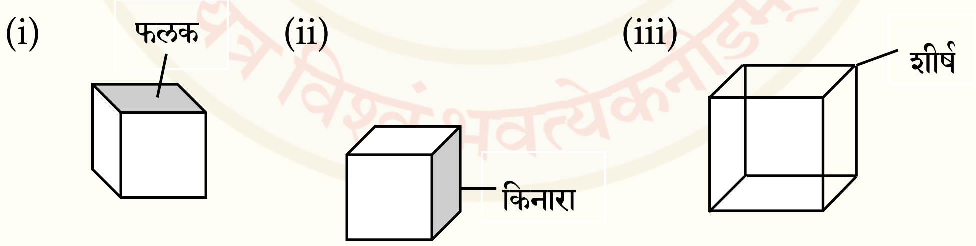
त्रिविमिय आकृतियों की समझ

त्रिविमिय आकार (3D आकार) -

वे सभी ठोस आकृतियाँ जिनमें लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई अथवा गहराई होती है। **त्रिविमिय आकृतियाँ** कहलाती है। ठोस आकृति होने के कारण सभी स्थान घेरती है । इन आकृतियों की लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई तीन आयाम होने से इन्हें त्रिआयामी आकृति भी कहेंगे ।

फलक, किनारे और शीर्ष (Face, edge and vertex) -

अनेक त्रिविमिय आकारों में हम उनके फलक, किनारे और शीर्ष को आसानी से पहचान सकते हैं। इन तीन पदों अर्थात् फलक, किनारे और शीर्ष से हमारा तात्पर्य है।



फलक - किसी ठोस आकार का वह भाग जो आप देख सकते हैं। फलक (Face) कहलाता है। फलक हमेशा सपाट होता है।

किनारा (Edge) -

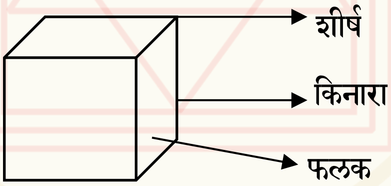
प्रत्येक दो सपाट फलक एक रेखाखण्ड पर मिलते हैं। उस रेखाखण्ड को किनारा (Edge) कहलाता हैं।

शीर्ष (Vertex) -

तीन रेखाखण्ड या तीन किनारे जिस बिन्दु पर मिलते हैं वह बिन्दु आकार का **शीर्ष** कहलाता हैं। आइए, त्रिविमिय आकृति को समझते हैं।

घन -

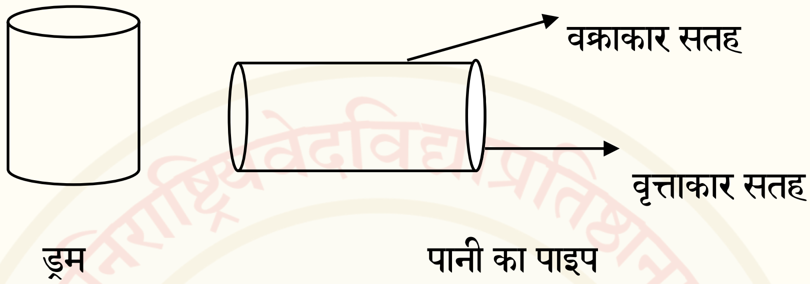
पासा, मैजिक Square box आदि ऐसे सभी आकार जिनके फलक वर्गाकार होते हैं। अर्थात् इनकी लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई पूर्णत: बराबर होती है। अतः ऐसी आकृतियाँ **घन** कहलाती हैं। वर्ग की त्रिविमिय (3D) या ठोस आकृति **घन** है घन की आकृति में 6 फलक, 8 शीर्ष तथा 12 किनारे होते हैं।



घनाभ -

माचिस, सूटकेस एवं सन्दूक आदि ऐसे सभी आकार जिनके फलक आयताकार होते हैं। अर्थात् घनाभ का प्रत्येक सपाट पृष्ठ आयताकार होता है। अर्थात् घनाभ के सभी किनारे समान नहीं होते हैं। आयत की त्रिविमिय (3D) या ठोस आकृति **घनाभ** है घनाभ में 6 फलक, 8 शीर्ष व 12 किनारे होते हैं, जो कि घन के समान ही हैं।

बेलन - क्या आपने कभी लोहे का पानी का पाइप, अनाज रखने का ड्रम आदि को देखा है ? अतः ऐसी आकृति जिनकी दो सतहें वृत्ताकार एवं एक सतह वक्राकार हो बेलन कहलाती है।



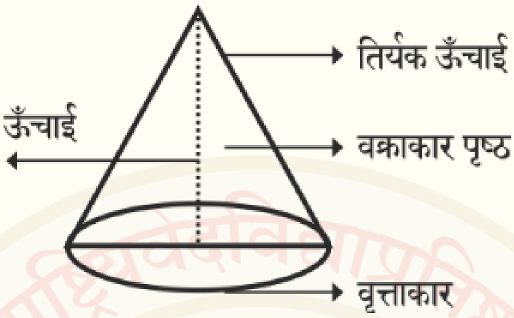
गोला - गेंद, फुटबॉल, नीम्बू सभी की आकृति समान होती है। इनकी पूरी सतह वक्राकार होती है। अतः वे सभी आकृतियाँ गोलाकार हैं । क्या आप सिक्के को गोला कह सकते हैं ?

सोचिए : वृत्त और गोला में क्या अन्तर है ?

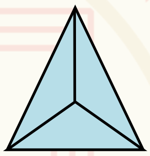
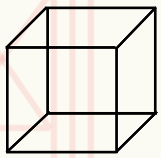
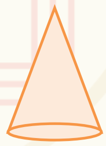
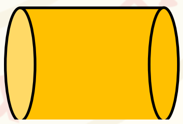
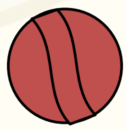
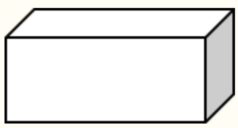
शंकु -

आपने कभी जन्मदिन में पहनने वाली टोपी एवं जोकर की टोपी आदि आकृति को देखा होगा अतः ऐसी आकृति जिसका एक सिरा वृत्ताकार तथा एक वक्राकार पृष्ठ

हो **शंकु** कहलाता है ।यदि किसी शंकु का आधार एक वृत्त हो तो वह **लम्ब वृत्तीय शंकु** कहलाता है ।



- सही -जोड़ी का मिलान कीजिए -

शंकु	-	
गोला	-	
बेलन	-	
घनाभ	-	
पिरामिड	-	
घन	-	

अभ्यास प्रश्नावली- 10

1. निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के सही विकल्प का चयन कीजिये।

(अ) निम्न में से घनाभ कौन-सी आकृति का त्रिविमिय आकृति है।

(I) वर्ग (II) आयत (III) घन (IV) इनमें से कोई नहीं

(ब) निम्न में से त्रिभुज की त्रिविमिय आकृति कौन-सी है।

(I) शंकु (II) आयत (III) घन (IV) इनमें से कोई नहीं

(स) निम्न में से आयत की त्रिविमिय आकृति कौन-सी है।

(I) घन (II) घनाभ (III) शंकु (IV) इनमें से कोई नहीं

(द) निम्न में से गोला किस आकृति का त्रिविमिय आकार है।

(I) वृत्त (II) आयत (III) वर्ग (IV) इनमें से कोई नहीं

3. वृत्ताकार और गोलाकार में अन्तर लिखिये।

4. घनाकार और घनाभाकार में क्या अन्तर है।

5. त्रिविमिय आकृति से आप क्या समझते है।

6. त्रिविमिय आकृति के फलक ,किनारे और शीर्ष से आप क्या समझते है।

7. सत्य / असत्य लिखिए -

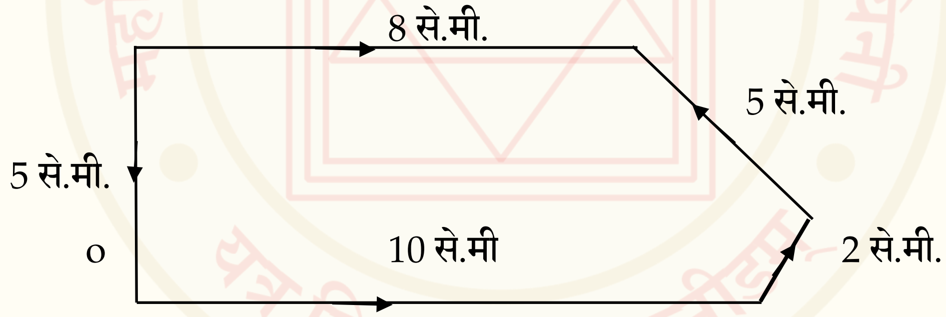
   1. घनाभ एवं घन के 8 शीर्ष होते हैं।
   2. घनाभ के सभी किनारे समान होते हैं।
   3. गोलाकार की सम्पूर्ण सतह वक्राकार होती है।
   4. घनाभ का पृष्ठ (फलक) वर्गाकार होता है।
   5. सभी त्रिविमिय आकृति ठोस होती है।

अध्याय - 11

परिमाप एवं क्षेत्रफल

- परिमाप एवं क्षेत्रफल हमेशा बन्द आकृतियों का ही ज्ञात किया जाता है।

परिमाप – किसी बन्द आकृति के चारों तरफ अथवा किनारे अथवा परिसीमा का एक पूरा चक्कर उस आकृति का परिमाप कहलाता है। दूसरे शब्दों में 'किसी बन्द आकृति की परिसीमा की लम्बाई ही उसका परिमाप कहलाती है।' परिमाप मापन के लिए सभी लम्बाइयों की इकाई (जैसे - से.मी., मीटर) समान होना आवश्यक है। आइये , परिमाप के लिए नीचे दी गई आकृति पर विचार कीजिए ।



इस आकृति में हम O बिन्दु से शुरू कर तीर की दिशा में चलते हैं । वापस बिन्दु O पर पहुँचने तक की दूरी को आकृति का घेरा या **परिमाप** कहते हैं ।

दी गई आकृति का परिमाप = 5 से.मी. + 10 से.मी. + 2 से.मी. +5 से.मी. + 8 से.मी.

= 30 से.मी.

आइये, वर्ग एवं आयत के परिमाप की गणना करते हैं।

वर्ग का परिमाप :

वर्ग का परिमाप उसके चारों ओर की भुजाओं के जोड़ के बराबर होता है। यदि वर्ग की भुजा की लम्बाई ज्ञात हो, तो हम उस वर्ग का परिमाप ज्ञात कर सकते हैं। या वर्ग का परिमाप ज्ञात करने के लिए वर्ग की किसी एक भुजा को 4 से गुणा करते हैं।

वर्ग का परिमाप = 4 × भुजा

उदाहरण : निम्न आकृति का परिमाप ज्ञात कीजिए।

हल : उपर्युक्त दी गई वर्ग की आकृति है।

अतः वर्ग का परिमाप = AB + BC + CD + DA

= 3 से.मी + 3 से.मी. + 3 से. मी. + 3 से.मी.

= 4 × 3 से.मी.

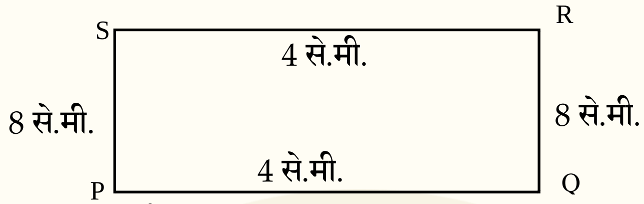
= 12 से.मी.

आयत का परिमाप -

आयत का परिमाप उसके चारों ओर की भुजाओं के जोड़ के बराबर होता है। आयत के विपरीत भुजाएँ या भाग एक-दूसरे के बराबर होते हैं इसलिए परिमाप ज्ञात करने के लिये आयत की लम्बाई एवं चौड़ाई के योग को 2 से गुणा करते हैं।

आयात का परिमाप = 2 (लम्बाई + चौड़ाई)

उदाहरण : निम्न आयत का परिमाप ज्ञात कीजिए।



हल : उपर्युक्त दी गई आयत की आकृति है।

आयत का परिमाप $=$ PQ + QR + RS + SP

$=$ 8 से.मी. + 4 से.मी. + 8 से.मी. + 4 से.मी.

$=$ 2 × (8 से.मी. + 4 से.मी.)

$=$ 2 × 12 से.मी. = 24 से.मी.

क्षेत्रफल - बन्द आकृतियों द्वारा घेरे गए तल के परिणाम को उसका क्षेत्रफल कहते हैं ।

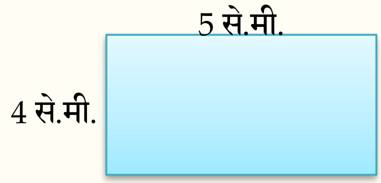
क्षेत्रफल की इकाई - क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए दो समान इकाइयों का गुणा किया जाता है तथा इसकी इकाई, वर्ग इकाई के रूप में लिखा जाता है।

जैसे : से. मी.× से. मी. = वर्ग से. मी. या (से. मी.)^2

मीटर × मीटर = वर्ग मीटर या (मीटर)^2

आयत का क्षेत्रफल : आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करने के आयत की लम्बाई तथा चौड़ाई का गुणा करते है। **आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई**

उदाहरण : एक आयत की लम्बाई 5 से.मी. एवं इसकी चौड़ाई 4 से.मी. है। आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



हल : दिया है,आयत की लम्बाई = 5 से.मी.

चौड़ाई = 4 से.मी.

आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

$= 5$ से.मी. $\times 4$ से.मी. $= 20$ वर्ग से.मी.

वर्ग का क्षेत्रफल - वर्ग की लम्बाई एवं चौड़ाई की माप समान होता है।

सूत्र :- **वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा**

या **वर्ग का क्षेत्रफल = (भुजा)^2**

उदाहरण : एक वर्ग की भुजा की लम्बाई 12 से.मी. है इस वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : वर्ग की भुजा = 12 से.मी.

वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा

$= 12$ से.मी. $\times 12$ से.मी. $= 144$ (से.मी.)^2

अभ्यास प्रश्नावली– 11

1. रजत द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिये यदि वह 10 मीटर भुजा वाले एक वर्गाकार पार्क के चार चक्कर लगाये हो।
2. नन्दनी अपने आयताकार आँगन जिसकी लम्बाई 5 मीटर तथा चौड़ाई 3 मीटर के 7 चक्कर लगाती है, तो नन्दनी द्वारा तय की गयी दूरी बताइये।
3. एक सभाकक्ष की लम्बाई 20 मीटर व चौड़ाई 12 मीटर है इसमें एक दरी पूरी तरह बिछती है तो दरी का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
4. एक वर्गाकार खेल का मैदान जिसकी लम्बाई 15 मीटर है। तो खेल का मैदान का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

परिशिष्ट

बड़ी संख्याओं में सङ्क्रियाओं के उत्तर की जाँच बीजाङ्क के प्रयोग से-

बीजाङ्क : हम जानते हैं कि 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 ये बीजाङ्क हैं । किसी संख्या का बीजाङ्क ज्ञात करने के लिये उस संख्या के अङ्कों का योग एक अंक प्राप्त होने तक करते हैं । **जैसे :** 245 का बीजांक = 2 + 4+5 = 11 ,

11 का पून: योग = 1+ 1 =2 अत: 245 का बीजांक 2 है।

4. जोड़ की जाँच :

संख्याओं के बीजाङ्कों के योग का बीजाङ्क = उत्तर का बीजाङ्क होने पर उत्तर सही होगा ।

उदाहरण : योगफल ज्ञात कीजिए।

हल :

	4 8 1 5	9
	2 4 8 7	3
+	1 9 0 4	5
	9 2 0 6	8

जाँच : संख्याओं के बीजाङ्कों के योग का बीजाङ्क

9 + 3 + 5→ 17→ 1 + 7 = 8

उत्तर का बीजाङ्क 9 + 2 + 0 + 6 → 17→ 1 + 7 + 8

अर्थात् उत्तर सही है । दोनों बीजाङ्क बराबर हैं ।

2. **घटाने की जाँच** :

इसमें घटने वाली (नीचे की संख्या $3 + 2 + 5 \rightarrow 10 \rightarrow 1$) संख्या का बीजाङ्क में उत्तर के बीजाङ्क ($4 + 5 + 6 \rightarrow 5 \rightarrow 6$) के योगफल का बीजाङ्क ($1 + 6 \rightarrow 7$) ऊपर की संख्या के बीजाङ्क के बराबर (7) है ।

उदाहरण 1 **जाँच**

	781	7
−	325	1
	456	6

जाँच : (1) घटने वाली (नीचे की) संख्या का बीजाङ्क + उत्तर का बीजाङ्क →

$1 + 6 \rightarrow 7$

(2) ऊपर की संख्या का बीजाङ्क → 7

दोनों बीजाङ्क बराबर हैं । अर्थात् उत्तर सही है ।

3. **गुणा की जाँच**

(प्रथम संख्या का बीजाङ्क द्वितीय संख्या का बीजाङ्क) से प्राप्त गुणनफल का बीजाङ्क = उत्तर का बीजाङ्क

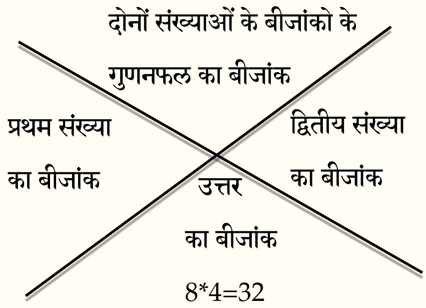
उदाहरण 4 1 3 × 5 1 7

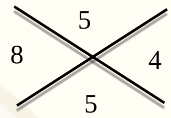
2 8 9 1

4 1 3 0

2 0 6 5 0 0

2 1 3 5 2 1





जाँच : 1) प्रथम संख्या का बीजाङ्क × द्वितीय संख्या का बीजाङ्क = प्राप्त गुणनफल का बीजाङ्क

→ 8× 4 = 32 का बीजाङ्क → 5

2) उत्तर का बीजाङ्क → 5 दोनों बीजाङ्क बराबर हैं अतः उत्तर सही है ।

भाग की जाँच :

उदाहरण : 4 8 5 7 ÷ 1 4

3 4 6 भागफल

भाजक 14) 4 8 5 7 ←भाज्य

\- 4 2

0 6 5

5 6

0 9 7

8 4

1 3 शेषफल

जाँच :

भाज्य का बीजाङ्क = (भागफल का बीजाङ्क x भाजक का बीजाङ्क) + शेषफल का बीजाङ्क

6 → (4 x 5) + 4

→ 20 + 4 → 24

→ 6

अर्थात् उत्तर सही है ।

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेदविद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन (म.प्र.)

(शिक्षा मन्त्रालय, भारत सरकार)

द्वारा सञ्चालित एवं प्रस्तावित राष्ट्रीय आदर्श वेद विद्यालय

महर्षि सान्दीपनि राष्ट्रीय वेदविद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन (म.प्र.)

(शिक्षा मन्त्रालय, भारत सरकार)

वेदविद्या मार्ग, चिन्तामण, पो. ऑ. जवासिया, उज्जैन - ४५६००६ (म.प्र.)

Phone : (0734) 2502266, 2502254, E-mail : msrvvpujn@gmail.com, website - www.msrvvp.ac.in